

# Invertori

Invertori su sistemi energetske elektronike koji jednosmerni napon ili struju pretvaraju naizmjenični napon ili struju. Prema prirodi ulazne promenljive mogu biti naponski (*VSI—voltage source inverters*) ili strujni (*CSI—current source inverters*) invertori. Prema broju faznih priključaka na izlazu, invertori su najčešće monofazni ili trofazni, ali za pogon motora postoje invertori i sa drugačijim brojem faza.

Od invertora se zahteva da konverziju energije ostvare sa visokim koeficijentom korisnog dejstva, pa su na raspolaganju za sintezu invertora prekidači i reaktivni elementi. Izlazna veličina često treba da bude sinusoidalnog talasnog oblika, ali ponekad to nije slučaj. Sinusoidalni talasni oblik nije moguće bez disipacije stvoriti od napona ili struja konstantnih u vremenu, pa se zahtev za sinusoidalnim oblikom svodi na sinusoidalni oblik srednje vrednosti izlazne veličine tokom periode prekidanja. Stoga će se usrednjavanje često koristiti prilikom analize invertora, što na nivou periode prekidanja, što na nivou periode modulišućeg signala, koja je obično znatno veća od periode prekidanja, pa se ovo usrednjavanje svodi na određivanje jednosmerne komponente.

## Naponom napajan monofazni inverter

Naponom napajan monofazni inverter, ili naponski inverter, treba na izlazu da ostvari naizmjenični napon zadate amplitude, talasnog oblika i frekvencije, uzimajući energiju iz jednosmernog naponskog izvora na ulazu. Izlazna impedansa ovakvog invertora će biti mala, kao što je to i impedansa jednosmernog izvora koji napaja inverter. Stoga se podrazumeva potrošač visoke unutrašnje impedanse kako bi se sprečili impulsi struje.

Funkcionalna šema naponom napajanog monofaznog invertora je prikazana na slici 1 i sastoji se iz dva sinhronizovana dvopoložajna jednopolna (*single pole double throw, SPDT*) prekidača koji mogu biti u položajima 1 i 2. Pomoću ova dva prekidača moguće je na izlazu ostvariti dva napona, u položaju 1 kada je

$$v_{OUT} = v_{IN}$$

što uslovljava

$$i_{IN} = i_{OUT}$$

i u položaju 2 kada je

$$v_{OUT} = -v_{IN}$$

što uslovljava

$$i_{IN} = -i_{OUT}.$$

U nekim primenama je ovaj skup mogućnosti za realizaciju izlaznog napona dovoljan, ali češće nije. Stoga se izlazni naponi drugačijih nivoa dobijaju smenjivanjem dva raspoloživa stanja prekidača i filtriranjem dobijenog napona tako da u izlaznom naponu dominira srednja vrednost realizovanog napona u okviru periode prekidanja. U tabeli 1 su rezimirana stanja prekidača u invertoru, izlazni napon, ulazna struja i naznačena su trajanja pojedinih stanja. Na osnovu podataka iz tabele 1, smatrajući da su  $v_{IN}$  i  $i_{OUT}$  konstantni tokom periode prekidanja, srednja vrednost izlaznog napona invertora tokom periode prekidanja se dobija kao

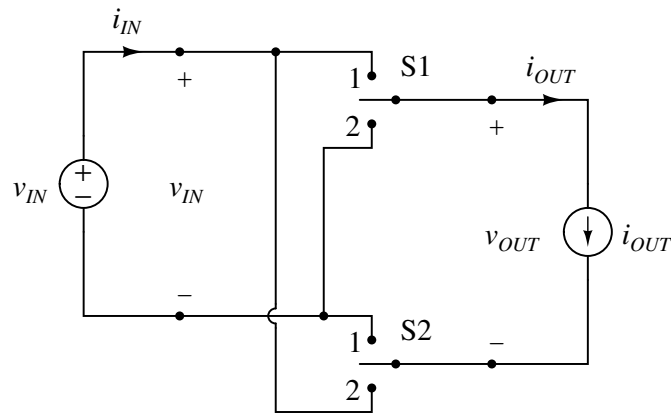
$$\overline{v_{OUT}} = \langle v_{OUT} \rangle = (2d - 1) v_{IN}$$

dok je srednja vrednost ulazne struje tokom periode prekidanja

$$\overline{i_{IN}} = \langle i_{IN} \rangle = (2d - 1) i_{OUT}.$$

Treba napomenuti da ovako dobijena srednja vrednost ulazne struje samo u slučaju konstantnog  $d$  predstavlja i njenu jednosmernu komponentu. U slučaju da je  $d$  promenljivo, jednosmerna

komponenta ulazne struje se dobija usrednjavanjem srednje vrednosti ulazne struje još jednom, tokom periode signala  $d(t)$ , koja je nužno veća od periode prekidanja.

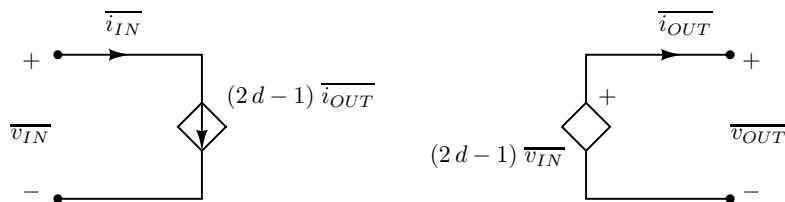


Slika 1: Naponom napajan inverter.

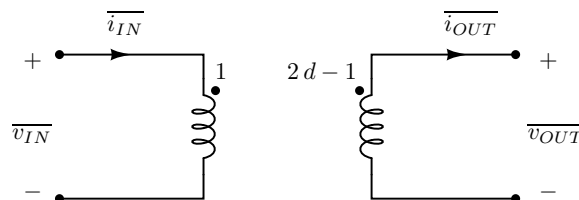
Tabela 1: Naponom napajan monofazni inverter, stanja.

stanje	trajanje	$v_{OUT}$	$i_{IN}$
1	$d T_S$	$v_{IN}$	$i_{OUT}$
2	$d' T_S$	$-v_{IN}$	$-i_{OUT}$

Na osnovu izvedenih jednačina za srednju vrednost izlaznog napona i srednju vrednost ulazne struje, moguće je napraviti model invertora za srednje vrednosti struja i napona u formi električnog kola, kako je prikazano na slici 2. Kolo sa slike 2 se može predstaviti pomoću idealnog transformatora prenosnog odnosa  $1 : (2d - 1)$ , kako je prikazano na slici 3. Iako oba ekvivalentna modela karakterišu iste jednačine, u praksi se zbog ustaljenih navika i manjeg interesovanja za ulaznu struju više koristi ekvivalentna šema sa slike 2.



Slika 2: Naponom napajan inverter, model za srednje vrednosti struja i napona.

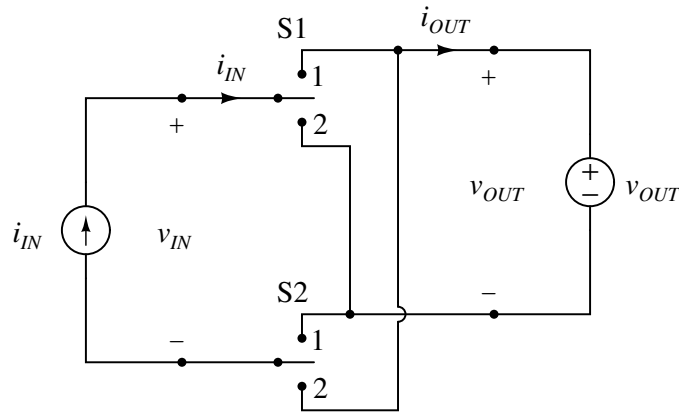


Slika 3: Naponom napajan inverter, transformatorski model.

## Strujom napajan monofazni inverter

Dualan naponom napajanom invertoru je strujom napajan inverter, ili strujni inverter, predstavljen na slici 4. Prema prikazu sa slike 4, prekidačka mreža je ista kao i kod naponom

napajanog invertora, ali drugačije okrenuta. Međutim, realizacija prekidača i upravljanje prekidačima će se bitno razlikovati. Kod strujom napajanog invertora izlazna impedansa izvora je velika, kao i izlazna impedansa invertora. Stoga ulazna impedansa potrošača mora biti mala, kako bi se izbegli naponski impulsi.



Slika 4: Strujom napajan inverter.

Kod strujom napajanog monofaznog invertora u položaju prekidača 1 važi

$$i_{OUT} = i_{IN}$$

i

$$v_{IN} = v_{OUT}$$

dok u položaju 2 važi

$$i_{OUT} = -i_{IN}$$

i

$$v_{IN} = -v_{OUT}.$$

U daljoj analizi će se smatrati da su  $i_{IN}$  i  $v_{OUT}$  konstantni tokom periode prekidanja. Stanja invertora su rezimirana u tabeli 2, na osnovu čega je srednja vrednost izlazne struje invertora

$$\overline{i_{OUT}} = \langle i_{OUT} \rangle = (2d - 1) i_{IN}$$

dok je srednja vrednost ulaznog napona

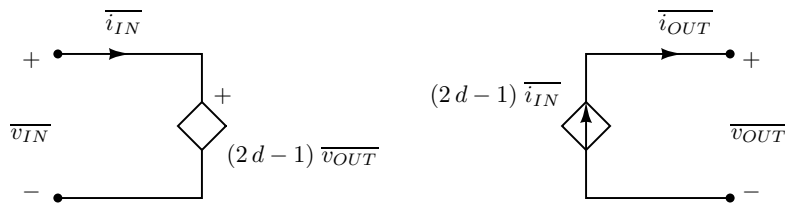
$$\overline{v_{IN}} = \langle v_{IN} \rangle = (2d - 1) v_{OUT}.$$

Kao i kod naponom napajanog invertora ova srednja vrednost nije nužno jednosmerna komponenta, pošto može biti periodična sa periodom vezanim za period promene  $d(t)$ . Zato je za određivanje jednosmerne komponente ulaznog napona potrebno još jedno usrednjavanje, na nivou periode signala  $d(t)$ .

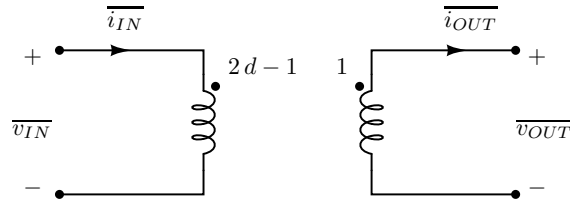
Tabela 2: Strujom napajan monofazni inverter, stanja.

stanje	trajanje	$i_{OUT}$	$v_{IN}$
1	$dT_S$	$i_{IN}$	$v_{OUT}$
2	$d'T_S$	$-i_{IN}$	$-v_{OUT}$

Prema jednačinama za srednje vrednosti izlazne struje i ulaznog napona, moguće je napraviti model strujom napajanog invertora za srednje vrednosti struja i napona tokom periode prekidanja. Uobičajeni model koji koristi strujom kontrolisan strujni izvor i naponom kontrolisan naponski izvor je prikazan na slici 5, dok je model koji koristi idealni transformator prenosnog odnosa  $(2d - 1) : 1$  prikazan na slici 6. Kao i kod naponom napajanog invertora, u praksi se zbog ustaljenih navika češće koristi model sa slike 6.



Slika 5: Strujom napajan inverter, model za srednje vrednosti struja i napona.



Slika 6: Strujom napajan inverter, transformatorski model.

## Spregnuto i nezavisno upravljanje prekidačima (stubovima)

U dosadašnjoj analizi implicitno je smatrano da oba dvopoložajna prekidača u invertoru imaju isto stanje, S1 i S2 su uvek ili oba u stanju 1, ili oba u stanju 2. Ovakav način upravljanja prekidačima u invertoru se naziva spregnuto upravljanje prekidačima, kada jedan bit kodira stanje invertora. Osim ovog načina upravljanja, moguće je i nezavisno upravljanje prekidačima, kada se prekidači mogu naći u različitim stanjima i kada je trenutna vrednost izlazne veličine (napona kod naponskih invertora, odnosno struje kod strujnih invertora) jednaka nuli. U tom slučaju su potrebna dva bita za kodiranje stanja invertora. Dodatni stepen slobode, da trenutna vrednost izlazne veličine bude jednaka nuli, može da se koristi u sintezi srednje vrednosti izlazne veličine. Na ovaj način se, uz složenije upravljanje, može smanjiti talasnost na izlazu, odnosno smanjiti sadržaj viših harmonika u izlaznoj veličini. Razlike između spregnutog i nezavisnog upravljanja prekidačima će biti detaljnije razmatrane prilikom analize realizacija invertora i prilikom analize spektra izlazne veličine.

Koko se dvopoložajni prekidači sa slika 1 i 4 realizuju kao invertorski stubovi koji se sastoje iz dva prekidača i dve diode, kako primenjeni termini ne bi dovodili do zabune u daljem tekstu će se opisani metodi upravljanja dvopoložajnim prekidačima označavati kao spregnuto i nezavisno upravljanje stubovima.

## Potpuno kontrolisana stanja

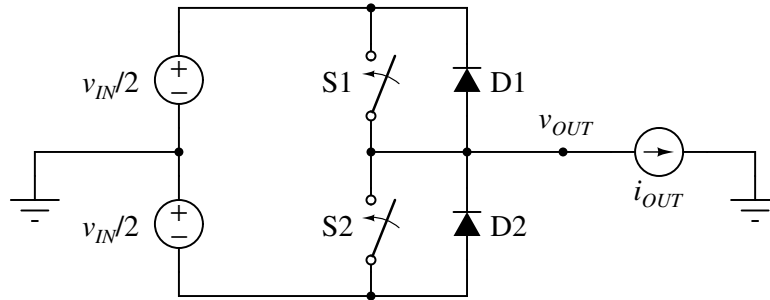
Kod realizacije naponskih invertora (naponom napajanih invertora) cilj je da izlazni napon bude definisan kontrolišućom promenljivom, nezavisan od smera struje potrošača. Dualno je kod strujnih invertora, struja potrošača treba da bude kontrolisana nezavisno od napona na potrošaču. U analizi koja sledi biće razmatran naponski inverter.

Naponski invertori se pomoću elektronskih prekidača realizuju pomoću takozvanih stubova (*inverter leg*). Stub se sastoji iz dva kontrolisana prekidača i dve zamajne diode, kako je prikazano na slici 7. Kontrolisani prekidači su unidirekcionni, mogu voditi struju samo u smeru suprotnom od smera u kome mogu voditi diode koje su im paralelno vezane. Zato se često kaže za diode da su “antiparalelne”. Ovo je slučaj kod svih elektronskih prekidača, a ta činjenica dobija na značaju kod realizacije invertora, dok je kod dc/dc konvertora bila znatno manje značajna.

U tabeli 3 su prikazane sve moguće kombinacije stanja prekidača. Stanje 3, u kome su oba prekidača uključena je zabranjeno, jer dovodi do kratkog spoja ulaznih izvora, što se u praksi svodi na pregorevanje prekidača. Stanje 0, u kome su oba prekidača isključena je dozvoljeno,

ali u tom stanju izlazni napon zavisi od smera izlazne struje. Preostala dva stanja, 1 i 2, daju izlazni napon koji je nezavisan od smera struje potrošača. Stoga se ova stanja nazivaju potpuno kontrolisanim i koriste se u realizaciji invertora. Stanje 0 se koristi prilikom prenosa provođenja između prekidača, pošto se nikako ne sme dopustiti stanje 3. Stoga se promene stanja 1→2 i 2→1 realizuju kao 1→0→2 i 2→0→1, sa kratkotrajnim boravkom u stanju 0, a sve u cilju izbegavanja stanja 3 usled preklapanja pobudnih signala.

Na osnovu prethodne analize se može zaključiti da su potpuno kontrolisana stanja ona stanja kod kojih je u stubu uključen tačno jedan od dva prekidača. Ovaj zaključak će biti dosta korišćen u analizama koje slede.



Slika 7: Invertor, analiza jednog stuba.

Tabela 3: Invertor, analiza jednog stuba.

stanje	S1	S2	$i_{OUT} > 0$		$i_{OUT} < 0$	
			vodi	$v_{OUT}$	vodi	$v_{OUT}$
0	0	0	D2	$-v_{IN}/2$	D1	$v_{IN}/2$
1	0	1	D2	$-v_{IN}/2$	S2	$-v_{IN}/2$
2	1	0	S1	$v_{IN}/2$	D1	$v_{IN}/2$
3	1	1	zabranjena kombinacija			

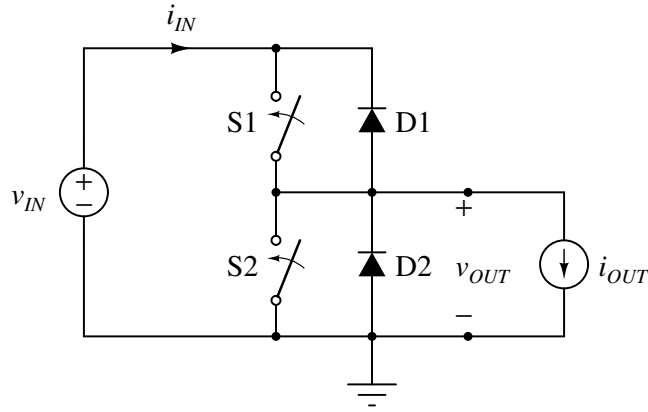
Istu analizu mogućih kombinacija stanja prekidača je moguće izvršiti i na primeru kola sa slike 8. Razlika u odnosu na kolo sa slike 7 je u izboru referentnog potencijala i načinu vezivanja potrošača. Suštinski, značajne razlike između dva analizirana kola nema, samo je nekada pogodnije u analizi koristiti rezultate dobijene za kolo sa slike 7, a nekada za kolo sa slike 8. U tabeli 4 su navedeni elementi koji vode izlaznu struju, kao i izrazi za izlazni napon i ulaznu struju, u funkciji stanja prekidača i smera struje potrošača. Opet su potpuno kontrolisana stanja ona u kojima je tačno jedan prekidač uključen, dok je stanje u kome su oba prekidača uključena zabranjeno.

Tabela 4: Invertor, analiza jednog stuba, promenjen referentni potencijal.

stanje	S1	S2	$i_{OUT} > 0$			$i_{OUT} < 0$		
			vodi	$v_{OUT}$	$i_{IN}$	vodi	$v_{OUT}$	$i_{IN}$
0	0	0	D2	0	0	D1	$v_{IN}$	$i_{OUT}$
1	0	1	D2	0	0	S2	0	0
2	1	0	S1	$v_{IN}$	$i_{OUT}$	D1	$v_{IN}$	$i_{OUT}$
3	1	1	zabranjena kombinacija					

Smatrajući da je stub invertora sa slike 8 u stanju 2 tokom  $d T_S$ , a da je u stanju 1 tokom ostatka periode,  $d' T_S$ , srednja vrednost izlaznog napona je

$$\overline{v_{OUT}} = d v_{IN}$$



Slika 8: Invertor, analiza jednog stuba, promenjen referentni potencijal.

dok je srednja vrednost ulazne struje

$$\overline{i_{IN}} = d i_{OUT}$$

pod pretpostavkom da se tokom periode prekidanja  $v_{IN}$  i  $i_{OUT}$  mogu smatrati konstantnim. Dobijeni izrazi za srednje vrednosti izlaznog napona i ulazne struje su isti kao i za buck dc-dc konvertor. Zapravo, kolo sa slike 8 predstavlja prekidački deo bidirekcionog buck konvertora, kome samo treba dodati L-filter na izlazu kako bi bio pun bidirekciono buck dc-dc konvertor. Ovaj tip konvertora se zove dvokvadrantni, pošto je moguće ostvariti (prema usvojenom referentnom potencijalu i načinu vezivanja potrošača) bidirekciono protok energije promenom smera struje potrošača, ali je izlazni napon uvek pozitivan, pa konvertor pokriva dva kvadranta u ravni izlaznih promenljivih, specificirana sa  $v_{OUT} > 0$ .

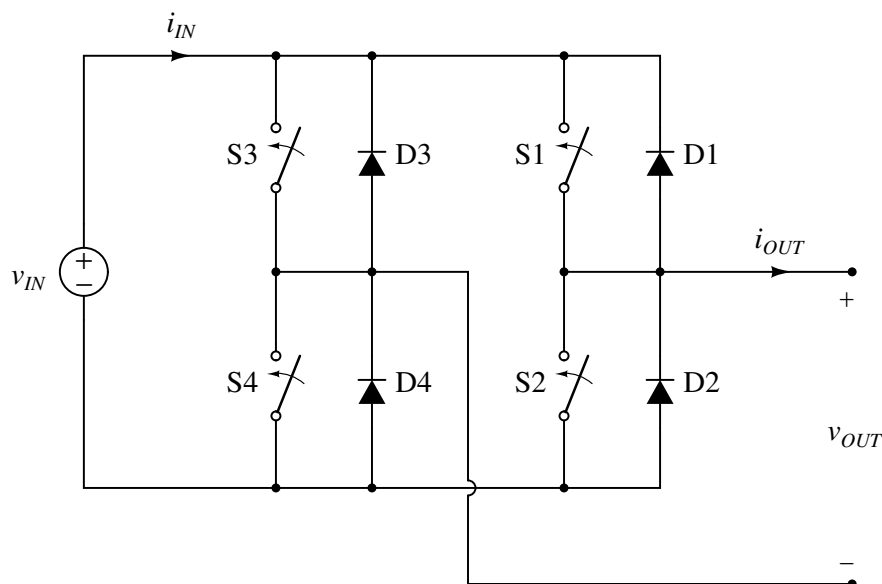
## Realizacija monofaznih invertora

### Naponski invertor

Monofazni naponom napajan invertor se realizuje pomoću dva stuba kako je prikazano na slici 9. Takav invertor ima četiri potpuno kontrolisana stanja, koja su navedena u tabeli 5. Stanja su numerisana dekadnim zapisom binarnog broja koji čine stanja pojedinačnih prekidača. Dva od tih stanja, 5 i 10, daju izlazni napon i ulaznu struju koji su jednaki nuli. Nenulti izlazni napon daju stanja 6 i 9, koja su potpuno kontrolisana. Dakle, realizacija sa slike 9 daje mogućnost da trenutna vrednost izlaznog napona bude jednaka nuli. Ova mogućnost se može, a ne mora, koristiti u radu invertora. U zavisnosti od toga koristi li se ova mogućnost ili ne, postoje dva načina upravljanja invertorom: spregnuto upravljanje stubovima i nezavisno upravljanje stubovima. Za ispravan rad sa potpuno kontrolisanim stanjima  $S2 = \overline{S1}$  i  $S4 = \overline{S3}$ . Kod spregnutog upravljanja stubovima dodatno je  $S3 = \overline{S1}$ , pa je jedan bit dovoljan da karakteriše stanje invertora. Kod nezavisnog upravljanja stubovima dva bita kodiraju stanje invertora.

Tabela 5: Monofazni naponski invertor, potpuno kontrolisana stanja.

stanje	S1	S2	S3	S4	$v_{OUT}$	$i_{IN}$
5	0	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	$-v_{IN}$	$-i_{OUT}$
9	1	0	0	1	$v_{IN}$	$i_{OUT}$
10	1	0	1	0	0	0



Slika 9: Monofazni naponski inverter.

Kod spregnutog upravljanja stubovima, ako je S1 uključen tokom  $dT_S$ , srednja vrednost izlaznog napona je

$$v_{OUT} = (2d - 1) v_{IN}$$

dok je ulazna struja

$$i_{IN} = (2d - 1) i_{OUT}.$$

Kod nezavisnog upravljanja stubovima ne postoji veza između stanja S1 i S3. Neka je inverter u stanju 9 tokom  $d_1T_S$ , a u stanju 6 tokom  $d_2T_S$ . Tada je

$$v_{OUT} = (d_1 - d_2) v_{IN}$$

i

$$i_{IN} = (d_1 - d_2) i_{OUT}.$$

Pošto je u slučaju spregnutog upravljanja stubovima

$$d_2 = 1 - d_1$$

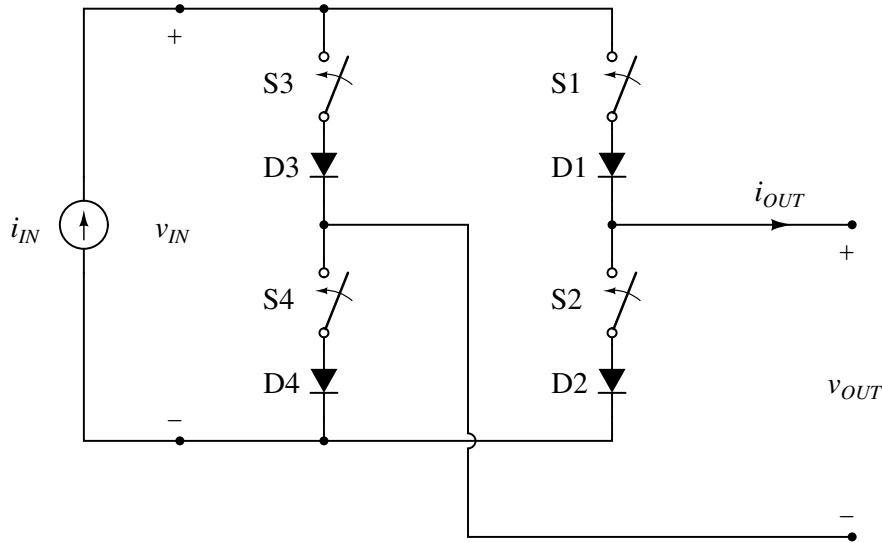
formule za nezavisno upravljanje subovima se svode na formule za spregnuto upravljanje stubovima.

## Strujni inverter

Strujni inverter, prikazan na slici 10 dualan je naponskom. Umesto antiparalelnom vezom prekidača i diode, elektronski prekidači se kod strujnih invertora najčešće realizuju rednom vezom kontrolisanog prekidača i diode. Dioda se vezuje na red kako bi obezbedila blokiranje inverzne struje prekidača, pošto prekidački elementi poput MOSFET-a imaju integrisanu parazitnu zamajnu diodu, pa nemaju mogućnost blokiranja inverzne struje. Blokiranje inverzne struje je veoma važno u situacijama kada su istovremeno uključeni S1 i S3, kao i S2 i S4, jer bi bez blokiranja inverzne struje prekidača potrošač sa niskom ulaznom impedansom bio kratko spojen.

Kod strujnog invertora zabranjene prekidačke kombinacije su drugačije nego kod naponskog invertora. Dok kod naponskog invertora nije bilo dopušteno kratko vezivati naponski izvor vezan na ulaz, kod strujnog invertora nije dopušteno ostaviti otvorenim strujni izvor na ulazu. Stoga,

mora da vodi bar jedan od prekidača S1 i S3 i bar jedan od prekidača S2 i S4. Prenos provođenja S1→S3 se realizuje kao S1→(S1+S3)→S3, dakle postoji period vremena tokom koga vode oba prekidača. Analogno se komutuju S2 i S4.



Slika 10: Monofazni strujni inverter.

Tabela 6: Monofazni strujni inverter, potpuno kontrolisana stanja.

stanje	S1	S2	S3	S4	$i_{OUT}$	$v_{IN}$
3	0	0	1	1	0	0
6	0	1	1	0	$-i_{IN}$	$-v_{OUT}$
9	1	0	0	1	$i_{IN}$	$v_{OUT}$
12	1	1	0	0	0	0

Kako se vidi iz tabele 6, potpuno kontrolisana stanja su karakterisana sa  $S3 = \overline{S1}$  i  $S4 = \overline{S2}$ , dakle dva bita su dovoljna da kodiraju potpuno kontrolisano stanje invertora. Kod spregnutog upravljanja stubovima je dodatno  $S2 = \overline{S1}$ , pa je samo jedan bit dovoljan da opiše stanje invertora. Ako je tokom  $d_1 T_S$  inverter u stanju 9, a tokom  $d_2 T_S$  inverter u stanju 6, srednja vrednost izlazne struje je

$$i_{OUT} = (d_1 - d_2) i_{IN}$$

dok je srednja vrednost ulaznog napona

$$v_{IN} = (d_1 - d_2) v_{OUT}.$$

Pošto je u slučaju spregnutog upravljanja stubovima

$$d_2 = 1 - d_1$$

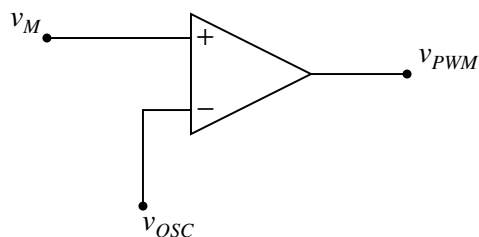
formule za nezavisno upravljanje subovima se svode na formule za spregnuto upravljanje stubovima.

Na osnovu izloženog se može zaključiti da kod realizacija monofaznih invertora sa četiri kontrolisana prekidača imamo dva stanja u kojima je izlazna veličina (napon kod naponskog invertora i struja kod strujnog invertora) jednaka nuli. Ova dva stanja se mogu koristiti u sintezi srednje vrednosti izlazne veličine. Na primer, dok je izlazna veličina pozitivna ona se može sintetisati samo korišćenjem stanja kada je trenutna vrednost izlazne veličine pozitivna ili nula. Takođe, realizacija je moguća i primenom samo stanja kada je izlazna veličina ili pozitivna ili negativna, ali je tada talasnost na izlazu veća.

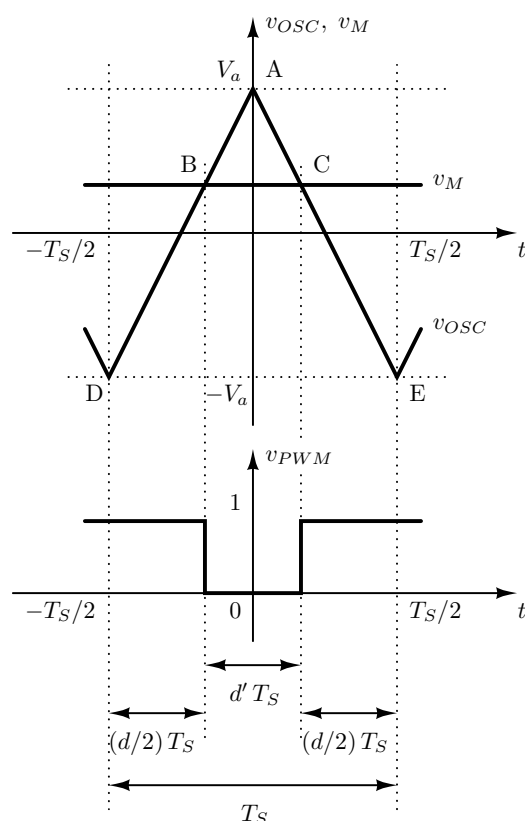


## Impulsni širinski modulator

Impulsni širinski modulator je sistem koji na osnovu modulišućeg signala generiše impulsno širinski modulisan signal zadate frekvencije. Modulator se sastoji iz komparatora, prikazanog na slici 11 i oscilatora koji generiše trougaoni ili testerasti napon zadate frekvencije i amplitude.



Slika 11: Impulsni širinski modulator.



Slika 12: Impulsni širinski modulator, vremenski dijagrami signala.

Signali na ulazu i izlazu impulsnog širinskog modulatora su prikazani na slici 12, gde je pretpostavljeno da je frekvencija modulišućeg signala dovoljno niska da se može smatrati da je tokom periode prekidanja trenutna vrednost modulišućeg signala konstantna. Na osnovu sličnosti trouglova ABC i ADE sledi

$$\frac{V_a - v_M}{2V_a} = \frac{d' T_s}{T_s}$$

odakle je

$$d' = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{v_M}{V_a} \right)$$

pa je faktor ispunjenosti impulsa na izlazu impulsnog širinskog modulatora

$$d = 1 - d' = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{v_M}{V_a} \right).$$

Faktor  $2d - 1$  koji se često sreće u analizi invertora je

$$2d - 1 = \frac{v_M}{V_a}$$

pa je izlazna veličina monofaznog invertora sa spregnutim upravljanjem stubovima proporcionalna modulišućem signalu. Ovde još jednom valja naglasiti da je u izvođenju korišćena pretpostavka da je frekvencija modulišućeg signala mnogo manja od frekvencije prekidanja, pa je modulišućí signal tokom periode prekidanja smatran konstantnim.

Modulator radi u linearnom režimu za  $-V_a \leq v_M \leq V_a$  kada je  $0 < d < 1$ . U linearnom režimu, pod pretpostavkom da je

$$v_M = m V_a \sin(\omega_0 t)$$

amplituda izlaznog napona monofaznog naponskog invertora sa spregnutim upravljanjem stubovima je

$$V_m = m V_{IN}$$

i linearno je zavisna od indeksa modulacije za  $|m| \leq 1$ . Ukoliko je  $|m| > 1$  dolazi do premodulacije (*overmodulation*) kada se javljaju intervali prekidanja tokom kojih prekidači ne menjaju stanje. U ovoj oblasti je amplituda generisanog napona veća od  $V_{IN}$ , ali je izlazni napon izobličen. Krajnji ishod povećanja amplitude modulišućeg signala, odnosno indeksa modulacije, je zasićenje u kome u tokom periode modulišućeg signala invertor samo jednom menja stanje što na izlazu daje napon pravougaonog oblika. Tada je frekvencija izlaznog signala modulatora jednaka frekvenciji modulišućeg signala, pa je izlazni napon odgovarajućeg monofaznog naponskog invertora sa spregnutim upravljanjem stubovima

$$v_{OUT} = V_{IN} \operatorname{sgn}(\sin(\omega_0 t))$$

Razvojem u Furijeov red se dobija

$$v_{OUT} = \frac{4}{\pi} V_{IN} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{2k-1} \sin((2k-1)\omega_0 t)$$

što se često aproksimira osnovnim harmonikom (fundamentalom) razvoja u red

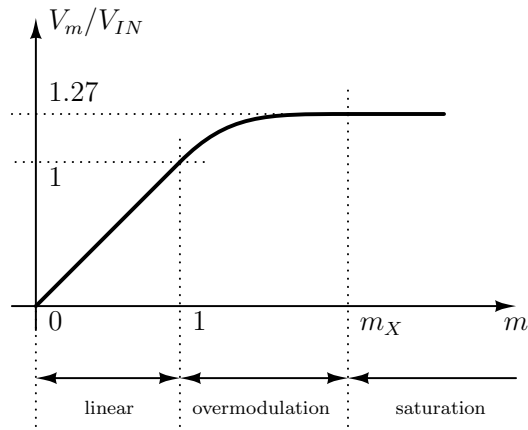
$$v_{OUT,1} \approx \frac{4}{\pi} V_{IN} \sin(\omega_0 t)$$

kada je amplituda generisanog napona

$$V_m = \frac{4}{\pi} V_{IN} \approx 1.2732 V_{IN}$$

što je za 27.32% više od maksimuma u linearnom režimu. Ovo povećanje amplitude fundamentalata (osnovnog harmonika) izlaznog napona je praćeno izobličenjem, dakle povećanim sadržajem viših harmonika koji su prisutni na neparnim umnošćima frekvencije osnovnog harmonika. Sama granica sigurnog zasićenja modulatora je zavisna od oblika izlaznog napona oscilatora i odnosa frekvencija oscilatora i modulišućeg signala. U slučaju simetričnog trougaonog napona na izlazu oscilatora, prikazanog na slici 12, modulator je sigurno zasićen za

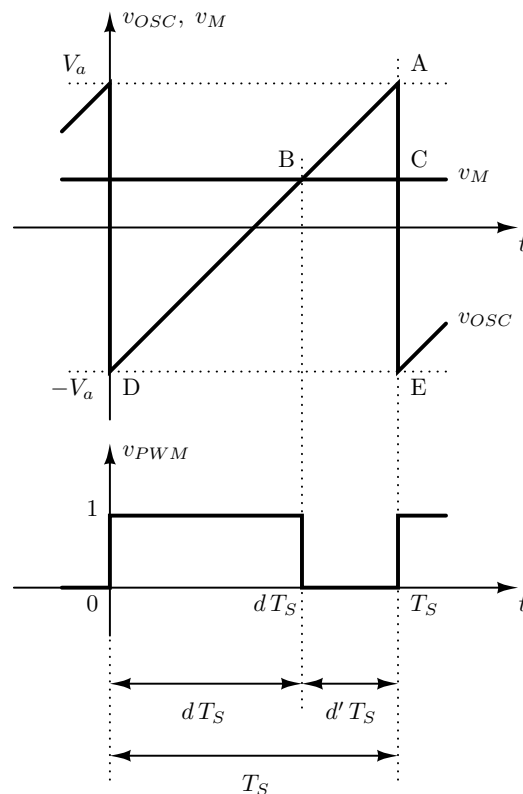
$$m > \frac{2 f_S}{\pi f_0}$$



Slika 13: Impulsni širinski modulator, kriva modulacije.

što određuje  $m_X$  sa slike 13.

U cilju ilustriranja impulsne širinske modulacije u slučajevima kada signal oscilatora nije povorka simetričnih trougaonih impulsa, na slici 14 su prikazani relevantni signali impulsnog širinskog modulatora kada je signal oscilatora testerastog oblika. Na osnovu sličnosti trouglova ABC i ADE dolazi se do istog izraza za  $d$  kao i u slučaju kada je signal oscilatora povorka simetričnih trougaonih impulsa. Razlike će biti uočljive kad nastanu nelinearni efekti, posebno kod granice između regiona premodulacije i potpunog zasićenja modulatora. Osim toga, fazni spektar generisanih impulsa će biti nešto drugačiji u odnosu na slučaj kada je signal oscilatora povorka simetričnih trougaonih impulsa, pošto su signali međusobno pomereni na vremenskoj osi za  $d'/2T_S$  prema usvojenom referentnom trenutku računanja vremena. U oba slučaja modulator je na izlazu realizovao dve promene stanja po periodu prekidanja, jednu usponsku i jednu silaznu ivicu.



Slika 14: Impulsni širinski modulator, vremenski dijagrami signala, testerasti signal oscilatora.

## Impulsna širinska modulacija kod nezavisnog upravljanja stubovima

Impulsna širinska modulacija kod nezavisnog upravljanja stubovima se najčešće izvodi primenom dva impulsna širinska modulatora sa slike 11 koji koriste isti signal oscilatora koji generiše trougaoni ili testerasti napon, a modulišući naponi su im u protivfazi,  $v_{M1} = -v_{M2}$ . Analiza monofaznog invertora sa nezavisnim upravljanjem stubovima se tada najlakše izvodi primenom rezultata analize kola sa slike 8, tako što se dva stuba invertora, indeksirana sa 1 i 2, vežu paralelno za isti ulazni napon  $v_{IN}$  i pri tom dele isto opterećenje sa  $i_{OUT1} = i_{OUT} = -i_{OUT2}$ , kako je prikazano na slici 15. U ovom slučaju je

$$v_{OUT} = v_{OUT1} - v_{OUT2}$$

i

$$i_{IN} = i_{IN1} - i_{IN2}$$

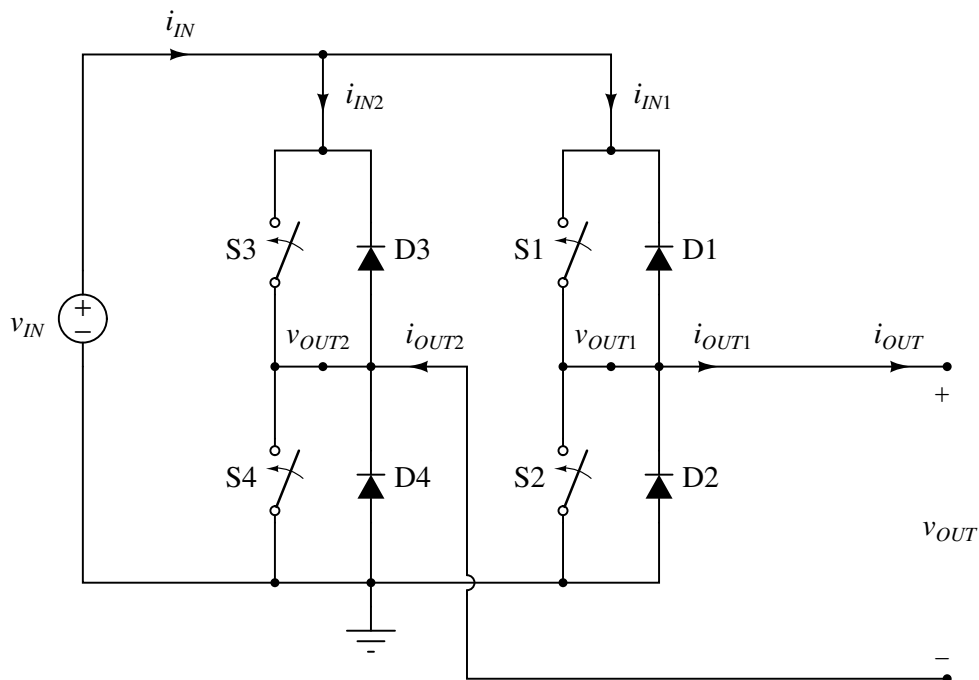
pa je

$$\overline{v_{OUT}} = (d_1 - d_2) v_{IN}$$

i

$$\overline{i_{IN}} = (d_1 - d_2) i_{OUT}.$$

Ovde valja naglasiti da za  $d_1$  i  $d_2$  nema nikakvih posebnih ograničenja, potrebno je samo da važi  $0 \leq d_1 \leq 1$  i  $0 \leq d_2 \leq 1$ .



Slika 15: Monofazni naponski invertor, nezavisno upravljanje stubovima.

Pretpostavka da su modulišući naponi za pojedinačne stubove kod nezavisnog upravljanja stubovima u protivfazi,  $v_{M1} = -v_{M2}$ , daje

$$d_1 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{v_{M1}}{V_a} \right)$$

i

$$d_2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{v_{M2}}{V_a} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{v_{M1}}{V_a} \right)$$

pa je

$$d_1 + d_2 = 1.$$

Zamenom  $d_2 = 1 - d_1$  u izraze za  $v_{OUT}$  i  $i_{IN}$  dobija se

$$\overline{v_{OUT}} = (2d_1 - 1)v_{IN}$$

i

$$\overline{i_{IN}} = (2d_1 - 1)i_{OUT}$$

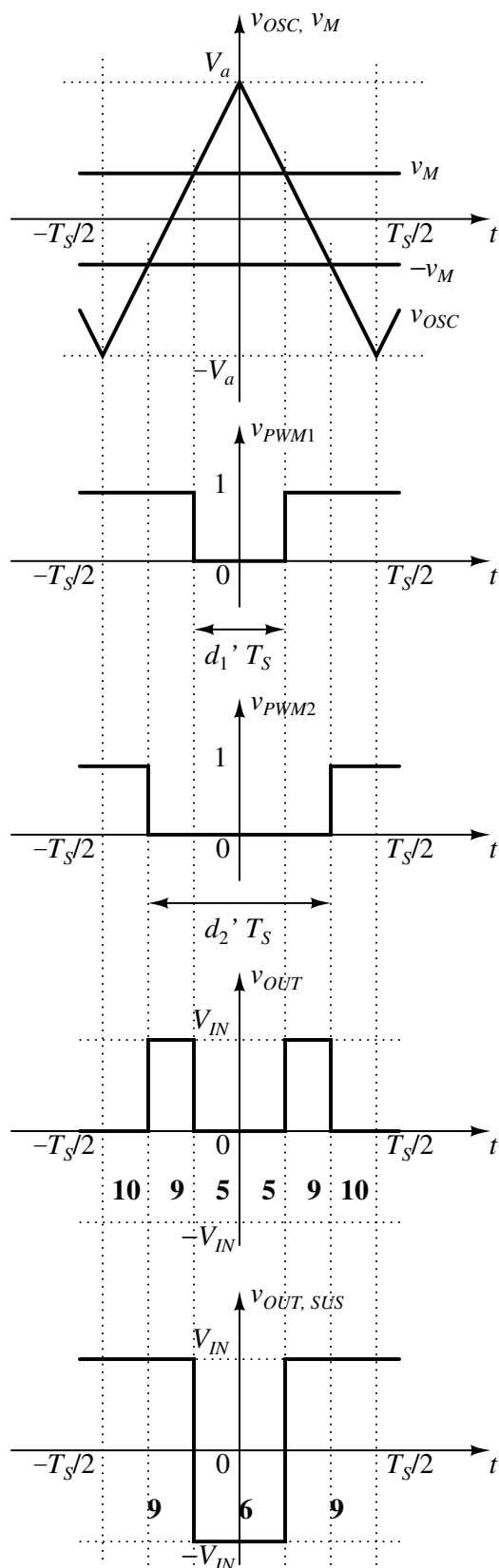
pa modeli za srednje vrednosti napona i struja naponskog invertora prikazani na slikama 2 i 3 važe i u slučaju monofaznog naponskog invertora sa nezavisnim stubovima kod koga su modulišući signali pojedinačnih stubova međusobno u protivfazi, sa tim što se faktor ispunjenosti  $d(t)$  zameni sa  $d_1(t)$ .

U cilju ilustriranja modulacije kod nezavisnog upravljanja stubovima i poređenja sa spregnutim upravljanjem stubovima, na slici 16 su prikazani relevantni signali modulatora, kao i generisani izlazni napon u slučajevima kada je primenjeno nezavisno i spregnuto upravljanje stubovima. Na prvom dijagramu na slici 16 su prikazani signal oscilatora  $v_{OSC}$  i modulišući signali stubova  $v_{M1} = v_M$  i  $v_{M2} = -v_M$ . Takvi signali daju izlazne signale komparatora koji upravljaju stanjima (potpuno kontrolisanim) stubova  $v_{PWM1}$  i  $v_{PWM2}$  koji su prikazani na sledeća dva dijagrama. Preostala dva dijagrama prikazuju rezultujući izlazni napon  $v_{OUT}$  u slučaju da je primenjeno nezavisno upravljanje stubovima i  $v_{OUT,SUS}$  u slučaju da je primenjeno spregnuto upravljanje stubovima. Uočava se da je srednja vrednost izlaznog napona kod nezavisnog upravljanja stubovima realizovana iz segmenata kada su trenutne vrednosti izlaznog napona  $v_{OUT} = V_{IN}$  i  $v_{OUT} = 0$ . Ove trenutne vrednosti se koriste za realizaciju srednjih vrednosti izlaznog napona koje su veće od nule,  $\overline{v_{OUT}} > 0$ . Kod spregnutog upravljanja stubovima ista srednja vrednost izlaznog napona je realizovana korišćenjem trenutnih vrednosti izlaznog napona  $v_{OUT} = V_{IN}$  i  $v_{OUT} = -V_{IN}$ . Ovakva realizacija rezultuje većom talasnošću na izlazu invertora. Kako se razmatrana analiza odnosi na realizaciju zadate konstantne vrednosti napona na izlazu invertora, idealno bi bilo da efektivna vrednost izlaznog napona  $V_{OUT,RMS}$  bude jednaka srednjoj vrednosti  $\overline{v_{OUT}}$ , što je karakteristika jednosmernih signala. Kod spregnutog upravljanja stubovima efektivna vrednost izlaznog napona je  $V_{IN}$  i nezavisna je od realizovane srednje vrednosti izlaznog napona  $\overline{v_{OUT}}$ . U ovom slučaju se efektivna i srednja vrednost izlaznog napona poklapaju samo kada je  $\overline{v_{OUT}} = V_{IN}$ . Kod nezavisnog upravljanja stubovima efektivna vrednost generisanog napona je  $V_{OUT,RMS} = \sqrt{V_{IN} |\overline{v_{OUT}}|}$ , zavisna je od  $\overline{v_{OUT}}$ , a  $\overline{v_{OUT}}$  i  $V_{OUT,RMS}$  se poklapaju za  $\overline{v_{OUT}} = 0$  i  $\overline{v_{OUT}} = V_{IN}$ .

Osim navedenih razlika, kod nezavisnog upravljanja stubovima se uočavaju četiri promene naponskog nivoa po periodu izlaznog napona, za razliku od dve promene nivoa kod spregnutog upravljanja stubovima. Ova razlika ne dovodi do povećanih prekidačkih gubitaka pošto i kod spregnutog i kod nezavisnog upravljanja stubovima svaki stub menja stanje dva puta u periodu. Kod spregnutog upravljanja stubovima se promene stanja kod oba stuba događaju istovremeno, pa dve promene stanja prave jednu promenu nivoa izlaznog napona, dok kod nezavisnog upravljanja stubovima u opštem slučaju svaka promena stanja bilo kog stuba dovodi do promene nivoa izlaznog napona.

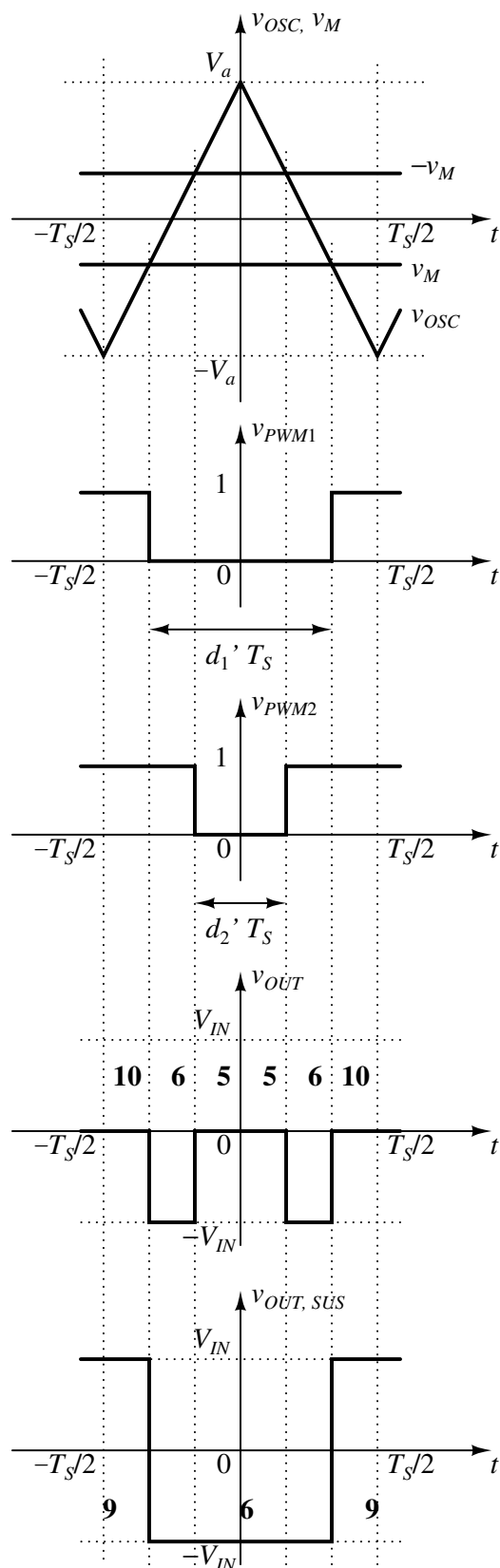
Na slici 17 su prikazani vremenski dijagrami istih signala kao na slici 16, ali u slučaju da se realizuje negativna srednja vrednost izlaznog napona. U ovom slučaju, kod nezavisnog upravljanja stubovima trenutne vrednosti  $v_{OUT}$  uzimaju vrednosti 0 i  $-V_{IN}$  tokom periode prekidanja, dok kod spregnutog upravljanja stubovima trenutne vrednosti  $v_{OUT}$  koje se smenjuju su  $-V_{IN}$  i  $+V_{IN}$ .

U slučaju da je  $v_{OSC}$  testerastog talasnog oblika, dijagrami koji odgovaraju dijagramima sa slika 16 i 17 su dati na slikama 18 i 19. Uočljiva razlika između slika 18 i 19 i 16 i 17 je u tome što se kod testerastog napona oscilatora u izlaznom naponu vide dve promene stanja



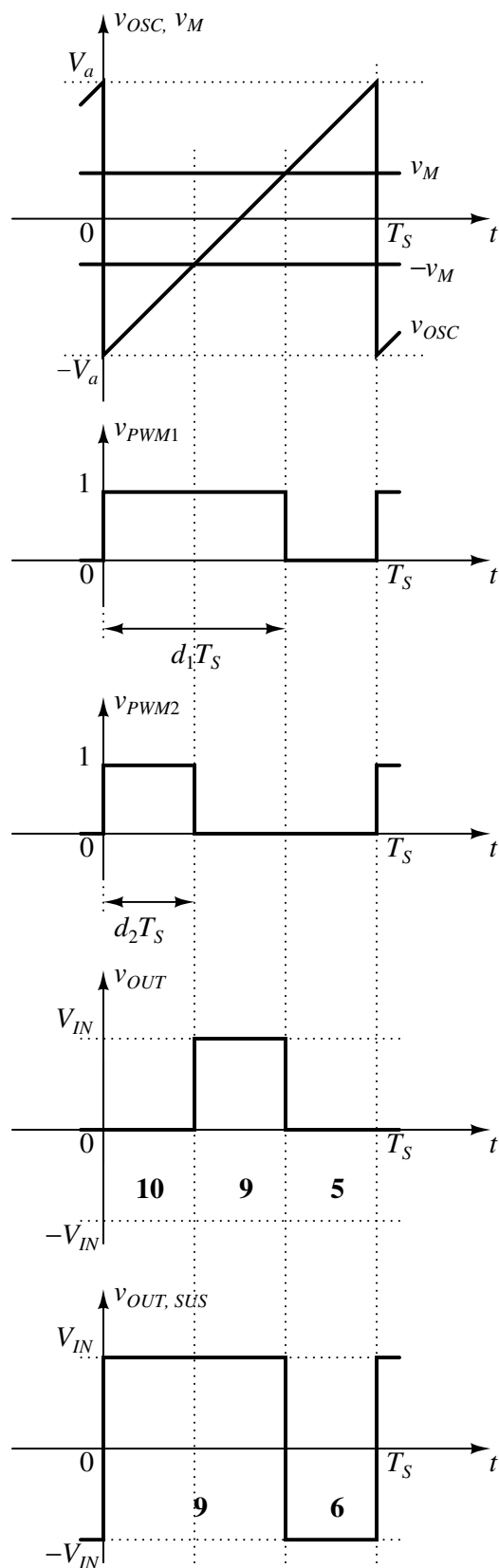
Slika 16: Impulsna širinska modulacija, nezavisno upravljanje stubovima, pozitivna srednja vrednost generisanog napona.

tokom periode izlaznog napona, za razliku od četiri promene stanja kod trougaonog napona oscilatora. Međutim, u oba slučaja je broj promena stanja stubova po periodu četiri, sa tim što se kod testerastog  $v_{OSC}$  u  $t = kT_s$ ,  $k \in Z$ , događaju dve promene stanja koje se ne vide u



Slika 17: Impulsna širinska modulacija, nezavisno upravljanje stubovima, negativna srednja vrednost generisanog napona.

izlaznom naponu pošto se kod oba stuba tada uključuje gornji prekidač i isključuje donji, što rezultuje istom trenutnom vrednošću izlaznog napona od  $v_{OUT} = 0$ .

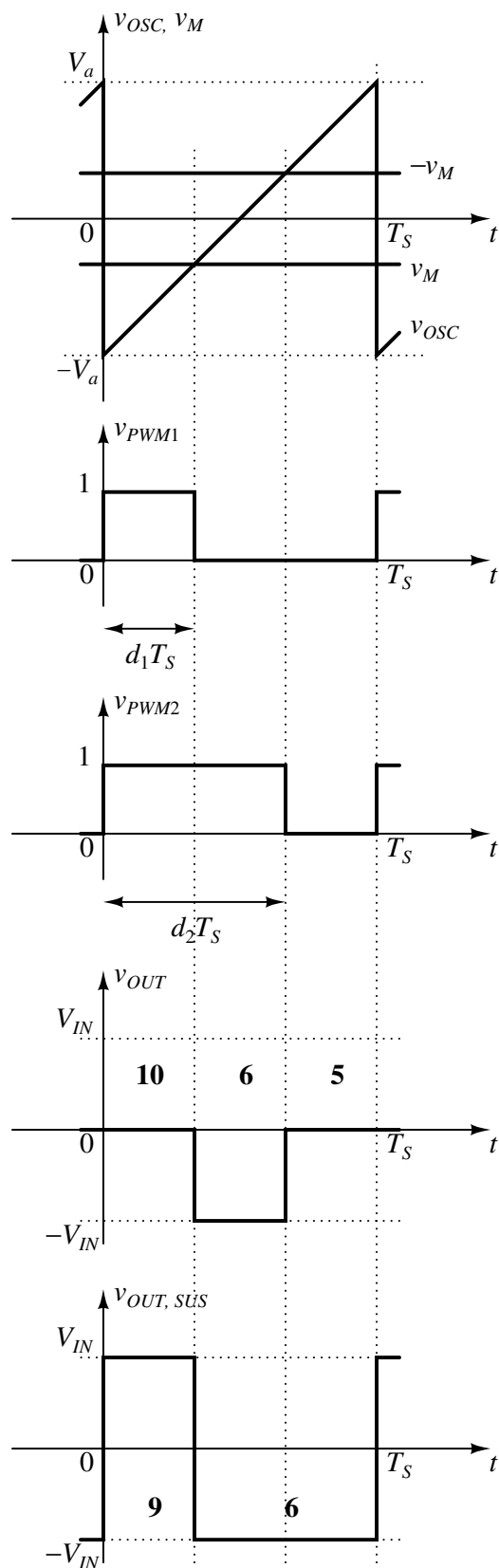


Slika 18: Impulsna širinska modulacija, nezavisno upravljanje stubovima, pozitivna srednja vrednost generisanog napona, testerasti signal oscilatora.

## Spektar generisanog napona

Kod invertora sa visokom prekidačkom frekvencijom željena vrednost izlazne veličine (struje ili napona) je srednja vrednost na nivou periode prekidanja. Odstupanje trenutne vrednosti od

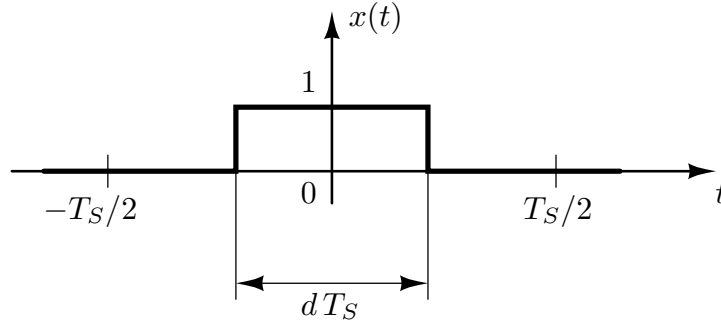




Slika 19: Impulsna širinska modulacija, nezavisno upravljanje stubovima, negativna srednja vrednost generisanog napona, testerasti signal oscilatora.

srednje vrednosti je neželjeno i najčešće je neophodno značajno ga umanjiti primenom pasivnog filtra. Pošto su kod invertora odstupanja trenutne vrednosti izlazne veličine od srednje vrednosti veoma velika, projektovanje i realizacija filtra je ozbiljan problem. U ovom odeljku će biti

razmatran spektar generisane izlazne veličine (napona ili struje) imajući u vidu prvenstveno naponske invertore, pa je otuda i naslov ovog poglavlja vezan za generisani napon. Dobijeni rezultati se direktno mogu generalizovati i na izlaznu struju, ukoliko je inverter strujni. Osim toga, podrazumevaće se napon oscilatora u impulsnom širinskom modulatoru u obliku povorke simetričnih trougaonih impulsa.



Slika 20: Pobudni signal prekidača.

Povoljna polazna tačka za analizu spektra generisane veličine (napona ili struje) jeste spektar modulisanе povorke impulsa  $x(t)$ , prikazan tokom jedne periode prekidačke frekvencije na slici 20. Pod pretpostavkom da je  $d$  konstantno, talasni oblik sa slike 20 se može predstaviti razvojem u Furijeov red

$$x(t) = d + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2}{k\pi} \sin(k\pi d) \cos(k\omega_s t)$$

što se u eksponencijalnoj formi dvostranog Furijeovog reda može predstaviti kao

$$x(t) = d + \sum_{\substack{k \neq 0 \\ k = -\infty}}^{+\infty} \frac{\sin(k\pi d)}{k\pi} e^{jk\omega_s t}.$$

U daljem tekstu će pažnja biti koncentrisana uglavnom na dvostranu eksponencijalnu formu Furijeovog reda zbog specifičnosti razvoja u red signala koji se ovde razmatra. Na osnovu prikazanog, razvoj nemodulisane povorke impulsa u dvostrani Furijeov red je

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k e^{jk\omega_s t}$$

gde su kompleksne amplitude harmonika date sa

$$X_k = \begin{cases} d, & k = 0 \\ \frac{\sin(k\pi d)}{k\pi}, & k \neq 0 \end{cases}$$

i u ovom slučaju imaju samo realni deo. Pretpostavimo da je širina impulsa modulisana sinusoidalnim signalom frekvencije  $\omega_0 \ll \omega_s$

$$d(t) = \frac{1}{2} (1 + m \sin(\omega_0 t)).$$

Ovakva modulacija jednosmernu komponentu signala  $x(t)$  pretvara u konvencionalno amplitudski modulisan (KAM) signal

$$\begin{aligned} d &= \frac{1}{2} + \frac{m}{2} \sin(\omega_0 t) \\ &= \frac{1}{2} - j\frac{m}{4} e^{j\omega_0 t} + j\frac{m}{4} e^{-j\omega_0 t}. \end{aligned}$$

Mnogo složenije efekte modulacija proizvodi kod kompleksnih amplituda harmonika višeg reda, za  $k \neq 0$ , kada je

$$\begin{aligned} X_k &= \frac{1}{k\pi} \sin\left(\frac{k\pi}{2} (1 + m \sin(\omega_0 t))\right) \\ &= \frac{1}{2j\pi k} \left( e^{j\frac{\pi}{2}k} e^{j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} - e^{-j\frac{\pi}{2}k} e^{-j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} \right) \end{aligned}$$

što predstavlja frekvencijski modulisan signal amplitude  $1/(k\pi)$ , osnovne frekvencije  $k\pi/2$  i devijacije frekvencije  $mk\pi/2$ . Kako je

$$e^{j\frac{\pi}{2}k} = j^k$$

dobijeni izraz za kompleksne amplitude harmonika se može pojednostaviti na

$$X_k = \frac{1}{2j\pi k} \left( j^k e^{j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} - j^{-k} e^{-j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} \right).$$

Izvlačenjem  $j^k$  pred zagradu, imajući u vidu da je

$$j^{-2k} = (-1)^{-k} = (-1)^k$$

dobija se

$$X_k = \frac{j^{k-1}}{2\pi k} \left( e^{j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} - (-1)^k e^{-j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} \right).$$

U cilju oslobađanja od sinusne funkcije vremena u eksponentu potrebno je koristiti Jakobi-Angerov razvoj ([http://en.wikipedia.org/wiki/Jacobi-Anger\\_expansion](http://en.wikipedia.org/wiki/Jacobi-Anger_expansion)) u Furijeov red preko Beselovih funkcija prve vrste

$$e^{j a \sin x} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(a) e^{jn x}.$$

Odavde je

$$e^{j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n\left(\frac{\pi km}{2}\right) e^{jn\omega_0 t}$$

i

$$e^{-j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n\left(-\frac{\pi km}{2}\right) e^{jn\omega_0 t}.$$

Kako su Beselove funkcije prve vrste neparne funkcije ako su neparnog reda, a parne ako su parnog reda,

$$J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$$

dobija se

$$e^{-j\frac{\pi km}{2} \sin(\omega_0 t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n J_n\left(\frac{\pi km}{2}\right) e^{jn\omega_0 t}.$$

Zamenom članova koji su sada razvijeni u red po Jakobi-Angerovom identitetu u izraz za kompleksnu amplitudu harmonika modulisane povorke impulsa, posle neznatnog sređivanja izraza dobija se

$$X_k = \frac{j^{k-1}}{2\pi k} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (1 - (-1)^{k+n}) J_n\left(\frac{\pi km}{2}\right) e^{jn\omega_0 t}.$$

Dakle, modulacija je dovela do toga da se kompleksna amplituda harmonika nemodulisanog signala razvije u beskonačan Furijeov red sa spektralnim komponentama na celobrojnim umnošcima  $\omega_0$ . Spektralna komponenta  $X_k$  se modulacijom pretvorila u spektralnu grupu  $F_{k,n}$  gde je  $n$  ceo broj,  $n \in Z$ .

Konačno, zamenom kompleksnih amplituda harmonika nemodulisanog signala odgovarajućim spektralnim grupama koje odgovaraju modulisanom signalu u izraz za  $x(t)$  preko razvoja u Furijeov red se dobija

$$x(t) = \frac{1}{2} - j\frac{m}{4}e^{j\omega_0 t} + j\frac{m}{4}e^{-j\omega_0 t} + \sum_{\substack{k \neq 0 \\ k = -\infty}}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1 - (-1)^{k+n}}{2\pi k} j^{k-1} J_n\left(\frac{\pi km}{2}\right) e^{j(k\omega_s + n\omega_0)t}.$$

Izrazu je moguće dati kompaktnu formu

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_{k,n}(m) e^{j(k\omega_s + n\omega_0)t}$$

gde je

$$F_{k,n}(m) = \frac{1 - (-1)^{k+n}}{2\pi k} j^{k-1} J_n\left(\frac{\pi km}{2}\right)$$

za  $k \neq 0$  i

$$F_{0,n}(m) = \begin{cases} j\frac{m}{4}, & n = -1 \\ \frac{1}{2}, & n = 0 \\ -j\frac{m}{4}, & n = 1 \\ 0, & n \notin \{-1, 0, 1\}. \end{cases}$$

Na ovaj način je modulisana povorka impulsa  $x(t)$  je predstavljena kao linearna kombinacija funkcija vremena  $e^{j(k\omega_s + n\omega_0)t}$ , gde su koeficijenti  $F_{k,n}(m)$  kompleksne amplitude harmonika koji se u spektru nalaze na kružnoj frekvenciji  $k\omega_s + n\omega_0$ , gde su  $k$  i  $n$  celi brojevi,  $k, n \in Z$ . Ovako specificirane kružne frekvencije su moguće lokacije harmonijskih komponenti razvoja  $x(t)$  u red. Ipak, na značajnom broju mogućih lokacija odgovarajuća kompleksna amplituda harmonika je jednaka nuli: za  $k = 0$  i  $n \notin \{-1, 0, 1\}$ , kao i za  $k \neq 0$  i  $k + n$  parno.

Za analizu spektra generisanog napona kod nezavisnog upravljanja stubovima, korisno je na ovom mestu izvesti izraz za  $F_{k,n}(-m)$ . Kako se  $m$  u  $F_{k,n}(m)$  za  $k \neq 0$  javlja samo u argumentu Beselove funkcije prve vrste, koristeći osobine parnosti ovih funkcija (što je nešto ranije u ovom izvođenju navedeno i korišćeno) dobija se

$$F_{k,n}(-m) = (-1)^n F_{k,n}(m).$$

## Spektar generisanog napona kod spregnutog upravljanja stubovima

Izlazni napon monofaznog naponskog invertora kod spregnutog upravljanja stubovima se može izraziti kao

$$v_{OUT}(t) = (2x(t) - 1) V_{IN}$$

gde je  $x(t)$  povorka modulisanih impulsa za koju je izveden spektar. Stoga se primenom linearnosti za spektar generisanog napona dobija

$$v_{OUT}(t) = V_{IN} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_{SUS k,n}(m) e^{j(k\omega_s + n\omega_0)t}$$

gde je

$$X_{SUSk,n}(m) = 2 F_{k,n}(m)$$

za  $k \neq 0$  i

$$X_{SUS0,n}(m) = \begin{cases} j\frac{m}{2}, & n = -1 \\ -j\frac{m}{2}, & n = 1 \\ 0, & n \notin \{-1, 1\}. \end{cases}$$

U odnosu na spektar povorke moduliranih impulsa osnovna razlika je odsustvo jednosmerne komponente, a sve ostale spektralne komponente su u izlaznom naponu uvećane  $2V_{IN}$  puta. Amplituda osnovnog harmonika je  $mV_{IN}$ .

Ovde valja naglasiti da je spektar izveden pod pretpostavkom da je modulišući signal sinusoidalnog oblika i da impulsni širinski modulator ne ide u zasićenje.

### Spektar generisanog napona kod nezavisnog upravljanja stubovima

Kod nezavisnog upravljanja stubovima modulacija je izvedena sa dva modulišuća signala,  $x_1(t)$  kod koga je

$$d_1(t) = \frac{1}{2}(1 + m \sin(\omega_0 t))$$

i  $x_2(t)$  za koga je pretpostavljeno

$$d_2(t) = \frac{1}{2}(1 - m \sin(\omega_0 t)).$$

Dakle, modulacija stubova se vrši u protivfazi.

Spektar generisanog napona se opet dobija superpozicijom, na osnovu linearnosti transformacije u Furijeov red. Izlazni napon invertora je dat sa

$$v_{OUT}(t) = (x_1(t) - x_2(t)) V_{IN}$$

a odgovarajući spektar je

$$v_{OUT}(t) = V_{IN} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_{NUSk,n}(m) e^{j(k\omega_s + n\omega_0)t}$$

gde je

$$X_{NUSk,n}(m) = F_{k,n}(m) - F_{k,n}(-m) = (1 - (-1)^n) F_{k,n}(m)$$

za  $k \neq 0$  i

$$X_{NUS0,n}(m) = \begin{cases} j\frac{m}{2}, & n = -1 \\ -j\frac{m}{2}, & n = 1 \\ 0, & n \notin \{-1, 1\}. \end{cases}$$

Osnovni harmonik generisanog napona je isti kao i u slučaju spregnutog upravljanja stubovima. Međutim,  $X_{NUSk,n}(m) = 0$  kada je  $n$  parno. Osim toga,  $F_{k,n}(m) = 0$  kada je  $k + n$  parno. Dakle, po ovom kriterijumu  $F_{k,n}(m) \neq 0$  samo kada je  $k + n$  neparno, odnosno ako je  $n$  neparno i  $k$  parno i  $n$  parno i  $k$  neparno. Kako je dodatno  $X_{NUSk,n}(m) = 0$  za parno  $n$ , tako je jedina preostala kombinacija parnosti  $k$  i  $n$  koja daje  $X_{NUSk,n}(m) \neq 0$  ona kad je  $n$  neparno i  $k$  parno. Na ovaj način je nezavisno upravljanje stubovima iz spektra generisanog napona eliminisalo neparne spektralne grupe, tj. spektralne grupe za neparno  $k$ , što je i osnovni razlog za primenu nezavisnog upravljanja stubovima.

## Sinusoidalna aproksimacija

Kako je pokazano u odeljku u kome je obrađivan impulsni širinski modulator, kod zasićenog modulatora i izlazni napon invertora, prikazan na slici 21(a), je

$$v_{OUT} = V_{IN} \operatorname{sgn}(\sin(\omega_0 t))$$

i njegova osnovna kružna frekvencija je  $\omega_0$ , odnosno prekidanje sa periodom  $T_S$  nije vidljivo u izlaznom naponu. Pod istim pretpostavkama, ulazna struja invertora je

$$i_{IN} = i_{OUT} \operatorname{sgn}(\sin(\omega_0 t))$$

Pošto prekidanja na visokim frekvencijama više nema, usrednjavanje tokom  $T_S$  ne može da pruži korisne informacije za analizu invertora. Stoga se za analizu invertora u ovom slučaju koristi sinusoidalna aproksimacija.

Prvi korak u sinusoidalnoj aproksimaciji kod naponskih invertora je razvoj izlaznog napona invertora u Furijeov red

$$v_{OUT} = \frac{4}{\pi} V_{IN} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{2k-1} \sin((2k-1)\omega_0 t).$$

Ideja sinusoidalne aproksimacije je da se izlazni napon aproksimira sinusoidom koja odgovara osnovnom harmoniku izlaznog napona, koja je u ovom slučaju

$$v_{OUT,1} = \frac{4}{\pi} V_{IN} \sin(\omega_0 t)$$

i koja je prikazana na slici 21(a) crvenom bojom isprekidanim linijama.

Prema sinusoidalnoj aproksimaciji, izlazna struja invertora se aproksimira sinusoidom kružne frekvencije  $\omega_0$

$$i_{OUT,1} = I_{OUT,1} \sin(\omega_0 t - \varphi)$$

kako je prikazano na slici 21(b) za  $\varphi = 45^\circ$ . Ovo je osnovna razlika u analizi u odnosu na do sada korišćenu tehniku usrednjavanja. Kod tehnike usrednjavanja je bilo pretpostavljeno da je tokom periode prekidanja, koja je jednaka periodu usrednjavanja, izlazna struja konstantna, dok se u slučaju sinusoidalne aproksimacije izlazna struja tokom perioda prekidačkog signala značajno menja.

Pod svim uvedenim pretpostavkama, ulazna struja invertora je

$$i_{IN} = i_{OUT} \operatorname{sgn}(v_{OUT})$$

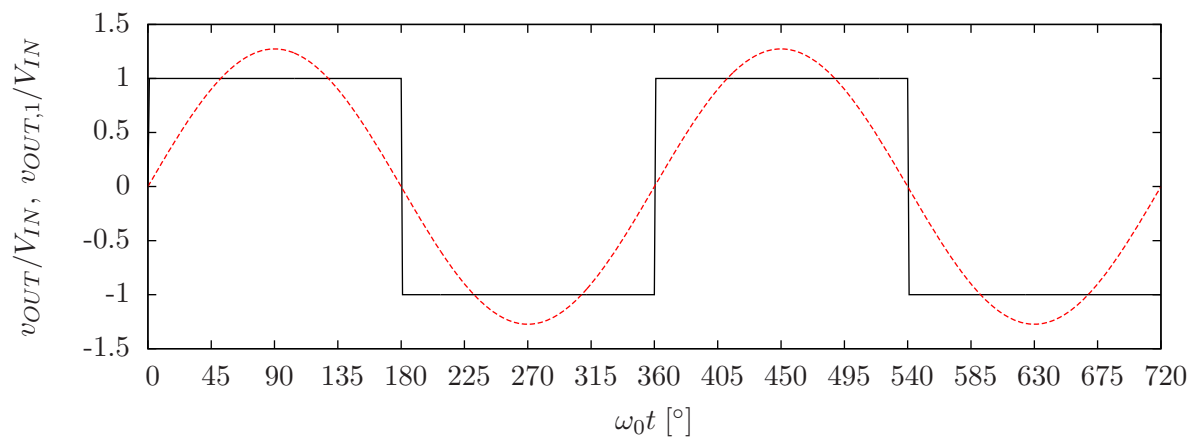
kako je prikazano na slici 21(c), pa je srednja vrednost ulazne struje tokom periode  $T_0 = 2\pi/\omega_0$

$$I_{IN} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi i_{IN}(\omega_0 t) d(\omega_0 t)$$

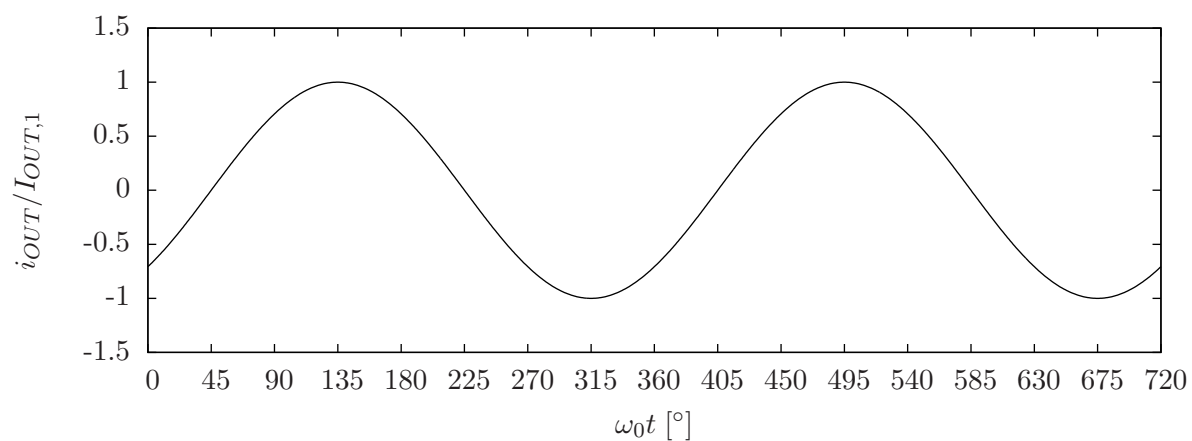
pošto je ulazna struja periodična sa  $T_0/2$ , odnosno ima osnovnu frekvenciju dvostruko veću od  $v_{OUT}$ . Kako je  $\operatorname{sgn}(v_{OUT}) = 1$  za  $0 < \omega_0 t < \pi$ , za jednosmernu komponentu ulazne struje se dobija

$$I_{IN} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi i_{OUT}(\omega_0 t) d(\omega_0 t) = \frac{2}{\pi} I_{OUT,1} \cos \varphi$$

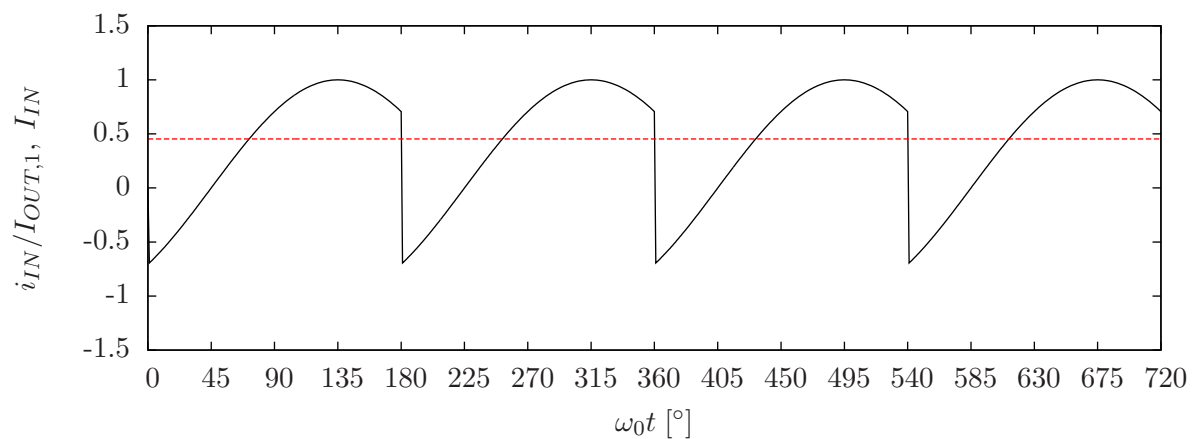
Jednosmerna komponenta ulazne struje invertora je prikazana na slici 21(c) crvenom isprekidanom linijom.



(a)



(b)



(c)

Slika 21: Sinusoidalna aproksimacija: a)  $v_{OUT}/V_{IN}$  (crno) i  $v_{OUT,1}/V_{IN}$  (crveno, isprekidano); b)  $i_{OUT}/I_{OUT,1}$ ; c)  $i_{IN}/I_{OUT,1}$  (crno),  $I_{IN}$  (crveno, isprekidano).

Dobijena jednosmerna komponenta ulazne struje je u saglasnosti sa zakonom o održanju energije jer je

$$P_{IN} = V_{IN} I_{IN} = \frac{2}{\pi} V_{IN} I_{OUT,1} \cos \varphi$$

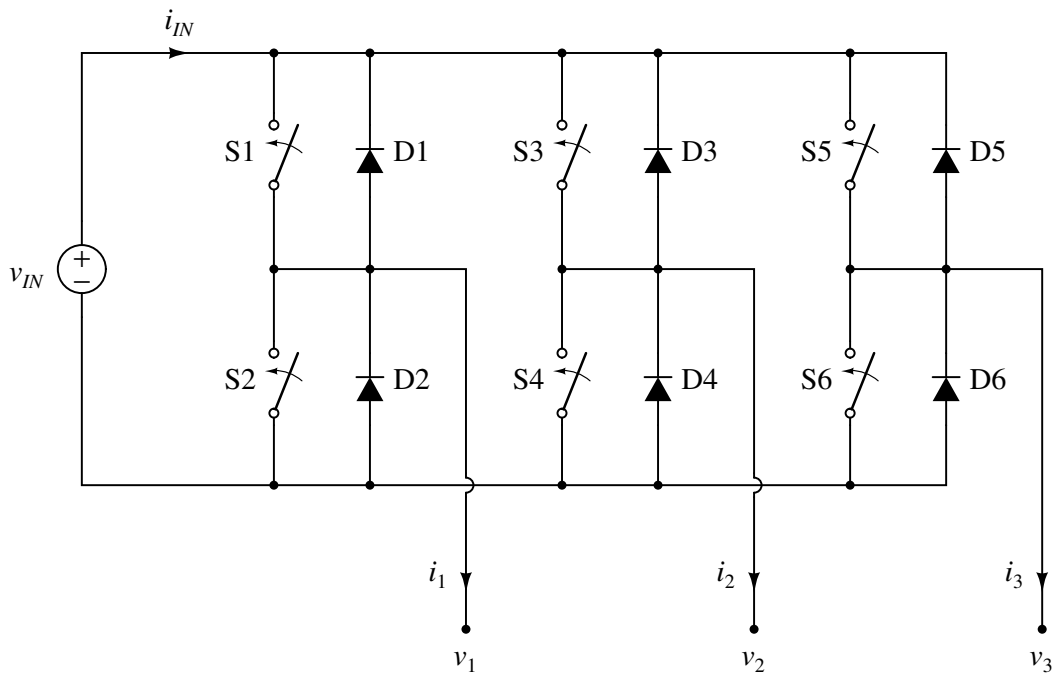
dok je izlazna snaga

$$P_{OUT} = \frac{1}{2} V_{OUT,1} I_{OUT,1} \cos \varphi = \frac{2}{\pi} V_{IN} I_{OUT,1} \cos \varphi.$$

Dakle, sinusoidalna aproksimacija je energetski konzistentna.

## Trofazni inverter

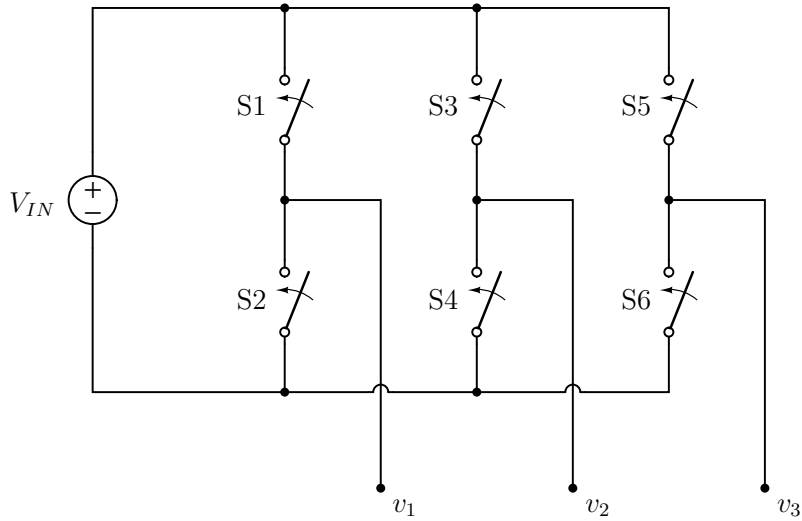
Trofazni naponski inverter prikazan je na slici 22. Inverter se sastoji iz tri invertorska stuba u kojima su prekidači realizovani preko unidirekcionalnih kontrolisanih prekidača i zamajnih antiparalelnih dioda. Pošto su prekidači realizovani na uobičajeni način, u cilju pojednostavljenja predstavljanja u daljem tekstu će često biti korišćeno pojednostavljeno prikazivanje prekidačkih elemenata korišćeno na slici 23. Ovde valja naglasiti da isti simbol za prekidač na slikama 22 i 23 ima različito značenje: simbol za prekidač sa slike 23 obuhvata i prekidač sa slike 22 (za koji se koristi isti simbol) i zamajnu diodu.



Slika 22: Trofazni inverter.

Trofazni naponski inverter se sastoji iz tri invertorska stuba. Za zadavanje izlaznih napona invertora se koriste samo potpuno kontrolisana stanja, a svaki od invertorskih stubova ima dva takva stanja. Stoga je ukupan broj kombinacija (zapravo, u pitanju su varijacije ako bi striktno koristili matematičke termine)  $2^3 = 8$ . Sva potpuno kontrolisana stanja trofaznog invertora su data u tabeli 7. U potpuno kontrolisanim stanjima izlazni naponi trofaznog invertora ne zavise od smerova izlaznih struja, isto kao i kod monofaznih invertora. U dva od raspoloživih osma potpuno kontrolisanih stanja svi linijski i fazni naponi su jednaki nuli, dok ostala stanja obezbeđuju izlazne napone različite od nule.





Slika 23: Trofazni inverter, pojednostavljena prezentacija.

Tabela 7: Trofazni inverter, potpuno kontrolisana stanja.

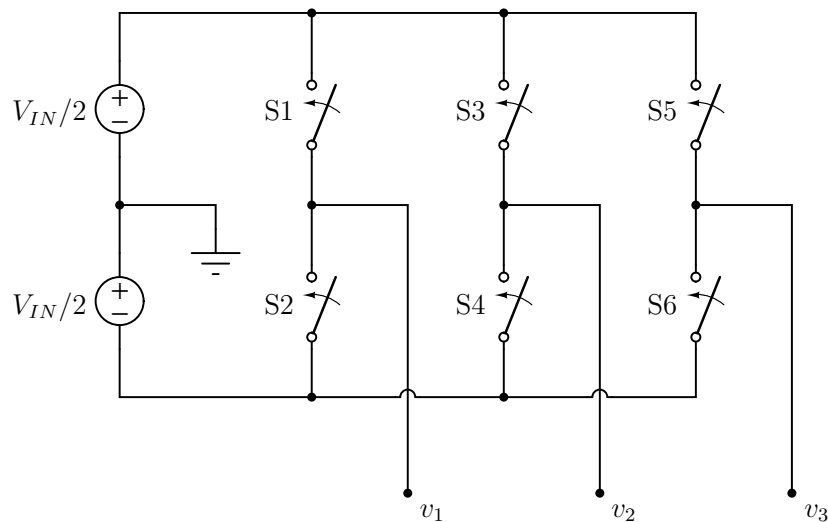
stanje	S1	S3	S5	$v_{12}$	$v_{23}$	$v_{31}$
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	$-V_{IN}$	$V_{IN}$
2	0	1	0	$-V_{IN}$	$V_{IN}$	0
3	0	1	1	$-V_{IN}$	0	$V_{IN}$
4	1	0	0	$V_{IN}$	0	$-V_{IN}$
5	1	0	1	$V_{IN}$	$-V_{IN}$	0
6	1	1	0	0	$V_{IN}$	$-V_{IN}$
7	1	1	1	0	0	0

## Impulsna širinska modulacija kod trofaznih invertora

Jedan od načina upravljanja trofaznim invertorom je impulsna širinska modulacija. U slučaju direktne primene impulsne širinske modulacije svaki stub invertora je kontrolisan posebnim modulatorom (komparatorom), dok svi stubovi dele isti signal oscilatora koji generiše trougaoni ili testerasti napon. U cilju jednostavnije analize, na slici 24 je generator ulaznog napona  $v_{IN}$  predstavljen kao redna veza dva generatora napona  $v_{IN}/2$  kako bi čvor u kome se ti generatori međusobno vezuju služio kao referentni čvor. Taj čvor se može koristiti za vezivanje potrošača i tada se za njega vezuje multi provodnik, kada imamo trofazni sistem sa četiri provodnika (*four-wire system*), ali se mnogo češće ne koristi i tada imamo trofazni sistem sa tri provodnika (*three-wire system*). Uvođenjem referentnog čvora na navedeni način, moguće je direktno primeniti rezultate analize kola sa slike 7, čime se direktno dobijaju izrazi za fazne napone. U slučaju da deljenje izvora ulaznog napona na dva dela nije izvedeno, moguće je koristiti rezultate analize kola sa slike 8, čime se uz malo računa dobijaju linijski naponi, iz kojih se mogu izračunati fazni naponi primenom transformacije koja će biti obrađena u sledećem poglavlju. Takođe, primenom rezultata analize kola sa slika 7 i 8 moguće je odrediti i struje koje daju izvori ulaznih napona invertora.

Pretpostavimo da su stubovi trofaznog invertora sa slike 24 upravljani signalima impulsnih širinskih modulatora koji daju faktore ispunjenosti impulsa (*duty ratio*)

$$d_k = \frac{1}{2} \left( 1 + m \sin \left( \omega_0 t - (k-1) \frac{2\pi}{3} \right) \right)$$



Slika 24: Impulsna širinska modulacija kod trofaznih invertora.

za  $k \in \{1, 2, 3\}$ . Ovakvo upravljanje stubovima invertora daje fazne napone

$$v_k = \frac{1}{2} m V_{IN} \sin \left( \omega_0 t - (k - 1) \frac{2\pi}{3} \right)$$

koji su izraženi u odnosu na referentni čvor na međusobnom spoju dva generatora napona  $v_{IN}/2$ . Dakle, amplituda generisanih faznih napona je

$$V_m = \frac{1}{2} m V_{IN}$$

a maksimalna amplituda faznih napona koju je moguće ostvariti tako da impulsni širinski modulatori ne idu u zasićenje je

$$V_{m \max \text{ PWM}} = \frac{1}{2} V_{IN}.$$

Jedna drugi metod upravljanja stanjima prekidača u invertoru, modulacija prostornih vektora, će omogućiti veću amplitudu izlaznih napona bez izmene energetskeg dela kola, ali uz složeniji algoritam upravljanja stanjima prekidača. Sledeći korak u proučavanju trofaznih invertora je upravo uvođenje metoda modulacije prostornih vektora, ali je pre toga potrebno detaljno razmotriti matematičko predstavljanje trofaznog sistema napona i transformaciju linijskih napona u fazne, što je tema sledećeg odeljka.

## Trofazni sistem napona

Pretpostavimo da je dat trofazni sistem napona preko faznih napona  $v_1$ ,  $v_2$  i  $v_3$  koji su specificirani u odnosu na neki referentni potencijal („nulu“). Odgovarajući linijski naponi su

$$v_{12} = v_1 - v_2$$

$$v_{23} = v_2 - v_3$$

i

$$v_{31} = v_3 - v_1.$$

Transformacijom faznih napona u linijske se gubi informacija o referentnom potencijalu. Gde god da je referentni potencijal, linijski naponi su isti. Zbir tri linijska napona uvek mora da bude

jednak nuli prema Kirhofovom zakonu za napone, oni su linearno zavisni. Zbir faznih napona u opštem slučaju ne mora biti jednak nuli, ne postoji fizičko ograničenje koje to uslovljava ni bilo kakva zavisnost između njih.

Transformacija faznih napona u linijske je u matričnoj formi data sa

$$\begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}.$$

Kako je

$$\det \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

transformaciona matrica koja preslikava fazne napone u linijske je singularna jer na osnovu linijskih napona nije moguće jednoznačno odrediti fazne napone. Kako je

$$\text{rank} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 2$$

dovoljna je jedna dodatna jednačina da bi se odredili fazni naponi. Ta dodatna jednačina može biti

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0.$$

Ovo fazne napone čini linearno zavisnim, što oni u opštem slučaju ne moraju biti, ali se pogodnim izborom referentnog potencijala (da nov referentni potencijal bude  $v_N = (v_1 + v_2 + v_3)/3$ ) gornji uslov uvek može ispuniti. Tada je

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{23} \\ v_{31} \end{bmatrix}$$

Međutim, uvođenje dodatnog uslova da je zbir faznih napona jednak nuli uzrokovalo je da fazni naponi postanu linearno zavisni i to tako da dva fazna napona jednoznačno određuju treći. Ovo je imati značajne implikacije na predstavljanje trofaznog sistema napona preko fazora.

Za predstavljanje tri linearno zavisna napona (sa jednom jednačinom koja uslovljava linearnu zavisnost) dovoljna su dva realna broja, odnosno jedan vektor u ravni, dat sa

$$\vec{V}_P = (v_{PX}, v_{PY})$$

nazvan fazor napona. Jedinični vektori naponskih osa su

$$\vec{i} = (1, 0)$$

$$\vec{j} = \left( -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

i

$$\vec{k} = \left( -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

Linijski naponi se dobijaju kao skalarni proizvodi (*dot product*) fazora napona i jediničnih vektora odgovarajućih naponskih osa

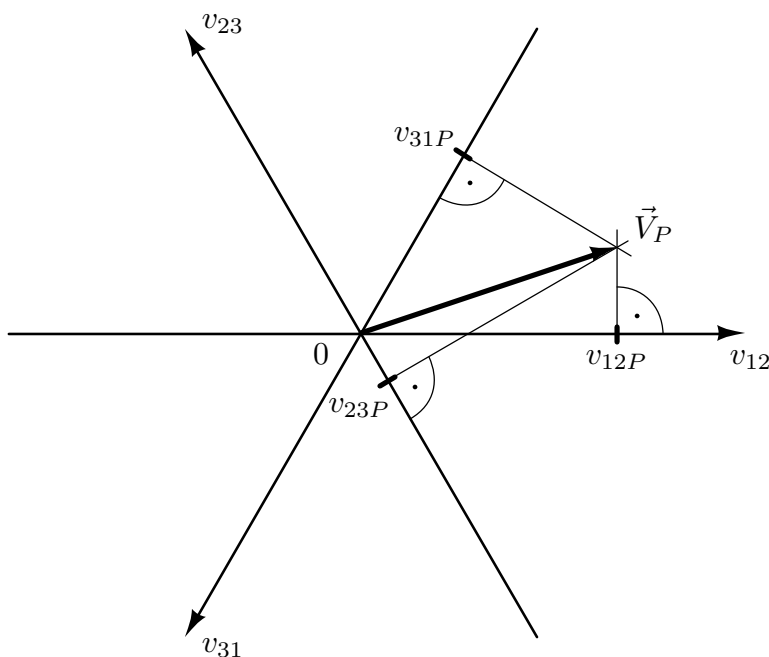
$$v_{12} = \vec{i} \cdot \vec{V}_P$$

$$v_{23} = \vec{j} \cdot \vec{V}_P$$

i

$$v_{31} = \vec{k} \cdot \vec{V}_P.$$

Postupak određivanja trenutnih vrednosti linijskih napona trofaznog sistema projekcijom fazora na odgovarajuće naponske ose prikazan je na slici 25. Odgovarajući fazni naponi, pod pretpostavkom da im je zbir jednak nuli, dobijaju se množenjem vektora linijskih napona izvedenom transformacionom matricom.



Slika 25: Određivanje linijskih napona iz fazora.

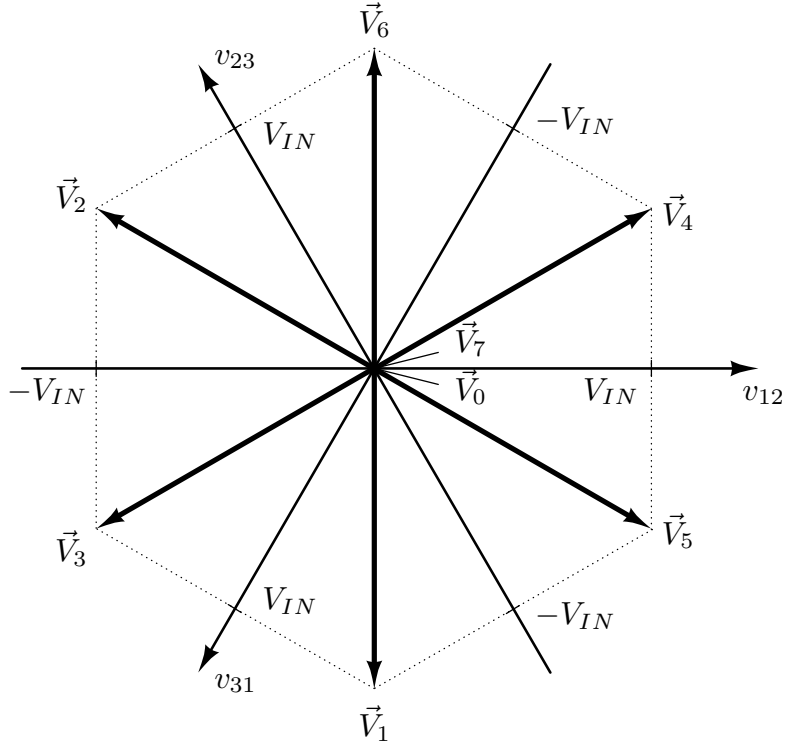
Opisani metod omogućava da se trenutna vrednost sva tri napona u trofaznom sistemu napona predstavi samo jednim vektorom, odnosno sa dve nezavisne promenljive. Ovo je omogućeno međusobnom linearnom zavisnošću napona koja redukuje broj stepeni slobode na dva.

## Modulacija prostornih vektora

Metod modulacije prostornih vektora je prvi put opisan 1988. godine u radu “Analysis and Realization of a Pulsewidth Modulator Based on Voltage Space Vectors” čiji su autori H. W. van der Broeck, H.-C. Skudelny i G. V. Stanke. Rad je mnogo citiran u kasnijim analizama, implementacijama i unapređenjima metoda.

Sam metod modulacije prostornih vektora je zasnovan na jednostavnoj ideji koja se oslanja na prostorne vektore (fazore) koje trofazni invertor može da realizuje. Moguća potpuno kontrolisana stanja trofaznog naponskog invertora su data u tabeli 7, a njima odgovarajući prostorni vektori (fazori) su prikazani na slici 26. Uočava se da ima šest vektora koji su različiti od nule, dok stanjima 0 i 7 odgovaraju vektori čiji je moduo jednak nuli. Vektori koji su različiti od nule imaju moduo  $2/\sqrt{3} V_{IN}$  i dele ravan u kojoj leže na šest sektora od kojih svaki obuhvata ugao od  $60^\circ$  sa temenom u koordinatnom početku.

Trenutne vrednosti fazora koje može da generiše invertor su date na slici 26. Prekidanjem i modulacijom se fazor koji generiše invertor dobija kao srednja vrednost trenutnih vrednosti generisanih fazora tokom periode prekidanja. Modulacija prostornih vektora, nalik nezavisnom upravljanju stubovima u monofaznom invertoru, željenu srednju vrednost fazora  $\vec{V}_{SVM}$  ostvaruje korišćenjem minimalnog broja mogućih trenutnih vrednosti fazora koji se nalaze najbliže  $\vec{V}_{SVM}$ .



Slika 26: Fazori koje može da generiše inverter.

Neka se  $\vec{V}_{SVM}$  nalazi u sektoru koji određuju dva susedna fazora  $\vec{V}_a$  i  $\vec{V}_b$ . Tada se  $\vec{V}_{SVM}$  dobija kao srednja vrednost tokom periode prekidanja  $T_S$

$$\vec{V}_{SVM} = d_a \vec{V}_a + d_b \vec{V}_b + d_0 \vec{V}_0 + d_7 \vec{V}_7$$

pri čemu je stanje u kome je inverter generisao vektor  $\vec{V}_a$  trajalo  $d_a T_S$ , stanje u kome je inverter generisao vektor  $\vec{V}_b$  je trajalo  $d_b T_S$ , stanje u kome je inverter generisao vektor  $\vec{V}_0$  trajalo  $d_0 T_S$  i stanje u kome je inverter generisao vektor  $\vec{V}_7$  trajalo  $d_7 T_S$ . Kako su samo ova stanja korišćena u generisanju  $\vec{V}_{SVM}$ , važi

$$d_a + d_b + d_0 + d_7 = 1.$$

Kako je  $\vec{V}_0 = \vec{0}$  i  $\vec{V}_7 = \vec{0}$  izraz za  $\vec{V}_{SVM}$  se svodi na

$$\vec{V}_{SVM} = d_a \vec{V}_a + d_b \vec{V}_b.$$

Najveći moduo  $\vec{V}_{SVM}$  se dobija za  $d_0 = 0$ ,  $d_7 = 0$ , što ograničava oblast u kojoj leže vektori koje je moguće realizovati tehnikom modulacije prostornih vektora. Tada je

$$d_b = 1 - d_a$$

Pa je granica oblasti u kojoj leže ostvarive srednje vrednosti fazora tokom periode prekidanja data sa

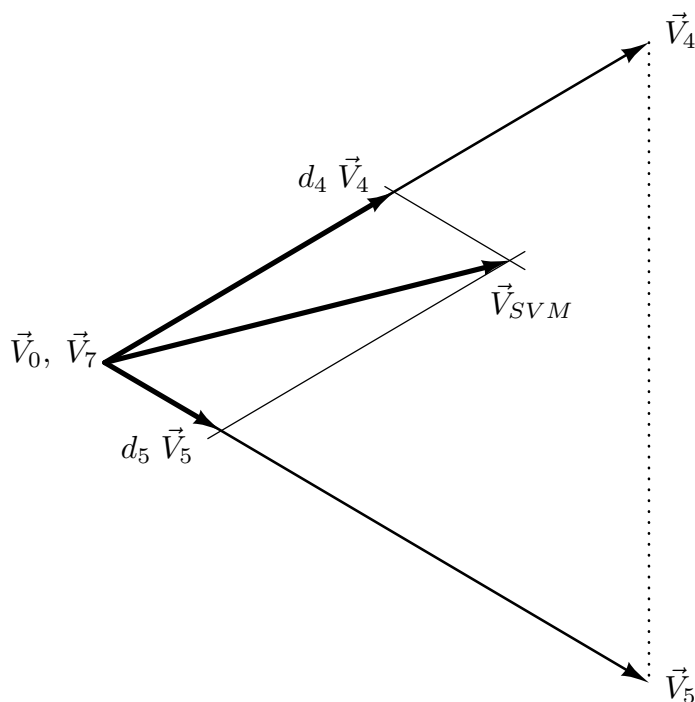
$$\vec{V}_{SVM} = d_a \vec{V}_a + (1 - d_a) \vec{V}_b = \vec{V}_b + d_a (\vec{V}_a - \vec{V}_b).$$

Ovako definisana granica za svaki segment ograničava oblast ostvarivih srednjih vrednosti fazora na šestougao označen tačkastom linijom na slici 26.

U cilju ilustriranja modulacije prostornih vektora, na slici 27 je prikazana realizacija vektora  $\vec{V}_{SVM}$  koji se nalazi u sektoru određenom vektorima  $\vec{V}_4$  i  $\vec{V}_5$ . Vektor  $\vec{V}_{SVM}$  se dobija kao

$$\vec{V}_{SVM} = d_4 \vec{V}_4 + d_5 \vec{V}_5$$

kako je i prikazano na slici 27. Vrednosti  $d_4$  i  $d_5$  se dobijaju iz odgovarajućih projekcija  $\vec{V}_{SVM}$  na  $\vec{V}_4$  i  $\vec{V}_5$ , u skladu sa geometrijskim pravilima sabiranja vektora. Ovu operaciju je teško izvesti u analognoj tehnici, pa su implementacije modulacije prostornih vektora vezane za mikroprocesorske realizacije. Intervali vremena u kojima inverter generiše  $\vec{V}_0$  i  $\vec{V}_7$  pojedinačno nisu određeni, ali mora da važi  $d_0 + d_7 = 1 - d_4 - d_5$ . Takođe, delovi perioda tokom kojih se realizuju pojedinačni vektori ( $\vec{V}_4$ ,  $\vec{V}_5$ ,  $\vec{V}_0$  i  $\vec{V}_7$ ) nisu određeni, jer ne utiču na srednju vrednost generisanog  $\vec{V}_{SVM}$ . Ovi parametri predstavljaju stepene slobode za postizanje efekata višeg reda (oblikovanje spektra, smanjenje prekidačkih gubitaka, ...) kojima su se bavili brojni radovi posle uvođenja metoda modulacije prostornih vektora 1988. godine.



Slika 27: Modulacija prostornih vektora.

## Poređenje impulsne širinske modulacije i modulacije prostornih vektora

Do sada su obrađena dva metoda upravljanja trofaznim naponskim inverterom: impulsna širinska modulacija i modulacija prostornih vektora. Na osnovu opisa algoritama, jasno je da je lakše realizovati impulsnu širinsku modulaciju, što se lako izvodi i u analognoj tehnici. U ovom odeljku će biti upoređene impulsna širinska modulacija i modulacija prostornih vektora po maksimalnoj amplitudi generisanog napona pod pretpostavkom da modulator ne ide u zasićenje.

Kod impulsne širinske modulacije, na osnovu prethodno izvedene analize maksimalna amplituda faznog napona pod uslovom da modulator ne ide u zasićenje je

$$V_{m \max PWM} = \frac{1}{2} V_{IN}$$

što daje maksimalnu amplitudu linijskog napona

$$V_{m \max PWM} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{IN}.$$

U slučaju modulacije prostornih vektora, pri najvećoj amplitudi generisanog simetričnog neizobličenog sistema trofaznih napona fazor generisanih napona se kreće po maksimalnoj kružnici upisanoj u šestougaonik mogućih srednjih vrednosti generisanih fazora, prikazanoj na slici 28. Tada je maksimalna amplituda linijskih napona

$$V_{Lm \max SVM} = V_{IN}$$

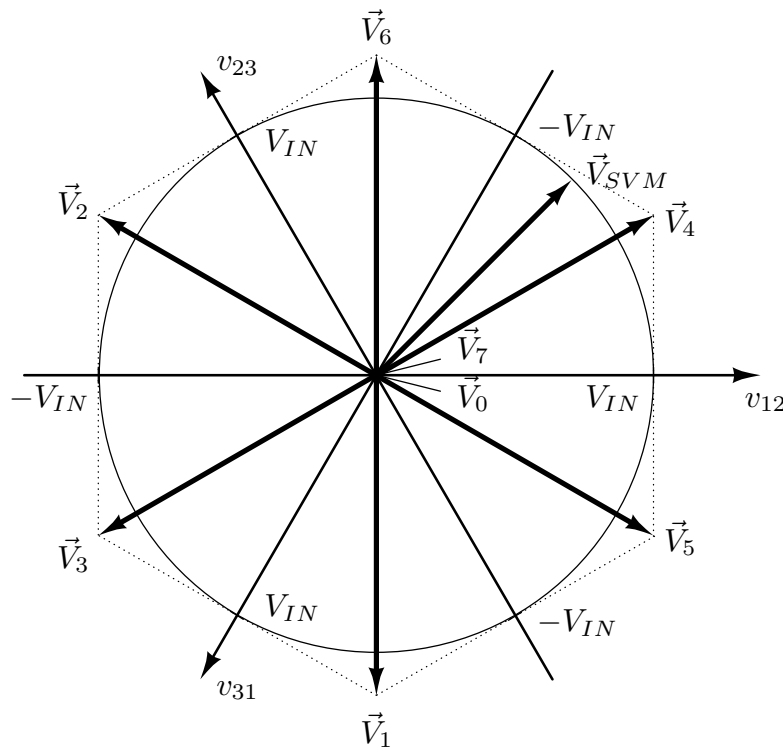
što daje maksimalnu amplitudu faznih napona

$$V_{m \max SVM} = \frac{1}{\sqrt{3}} V_{IN}.$$

Poređenje modulacije prostornih vektora sa impulsnom širinskom modulacijom daje

$$\frac{V_{m \max SVM}}{V_{m \max PWM}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.1547$$

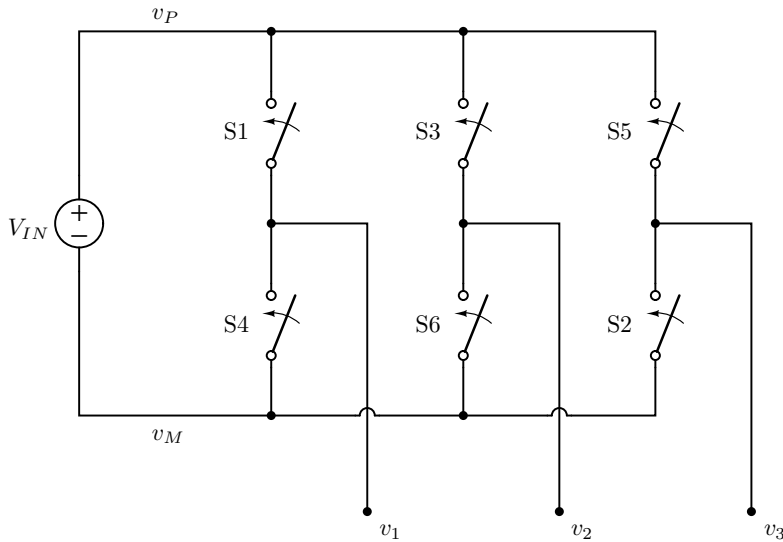
što je dobitak u amplitudi od 15.47% bez izmena u energetsom delu kola.



Slika 28: Modulacija prostornih vektora, maksimalna amplituda.

## Six-step inverter

Termin “six-step inverter” označava samo način upravljanja trofaznim inverterom, ne neku posebnu strukturu invertora. Pri velikim snagama prekidački gubici su veliki, a raspoloživost komponenata koje su u stanju da brzo prekidaju smanjena. Stoga se za velike snage invertori realizuju sa prekidanjem na niskoj frekvenciji, bliskoj frekvenciji izlaznog napona. Six-step inverter koristi prekidače koji menjaju stanje sa frekvencijom jednakom frekvenciji izlaznog napona, a oblik izlaznog napona koji aproksimira sinusoidu se dobija pravilnim redosledom uključenja i isključenja prekidača. Na svakoj šestini periode jedan prekidač menja stanje, pa se zato konvertor naziva six-step, zbog šest koraka tokom periode. U cilju uvođenja povoljnih



Slika 29: Six-step inverter, označavanje prekidača.

oznaka za prekidače, six-step inverter je prikazan na slici 29, pri čemu su prekidači označeni novim oznakama, različitim od oznaka sa slike 23. Po strukturi, inverter je isti kao do sada analizirani trofazni naponski invertori, jedina razlika je u označavanju prekidača.

Kao i bilo koji naponski inverter, moguće trenutne vrednosti generisanih napona six-step invertora su određene fazorima sa slike 26. Six-step inverter ne koristi vektore  $\vec{V}_0$  i  $\vec{V}_7$ , a preostalih šest vektora se smenjuje tako što se jedan vektor zadržava na izlazu tokom jedne šestine periode. Korišćenje potpuno kontrolisanih stanja uslovljava

$$S4 = \overline{S1}$$

$$S6 = \overline{S3}$$

i

$$S2 = \overline{S5}.$$

Dijagrami stanja prekidača u six-step invertoru su određeni tako da obezbede prelazak na susedni vektor u dijagramu sa slike 26 nakon  $\frac{1}{6}$  periode, čime se stepenastom aproksimacijom aproksimiraju sinusoidalni izlazni naponi. Dijagram stanja prekidača je prikazan na slici 30. Stanja prekidača, realizovani fazori, kao i linijski naponi i fazni naponi u pojedinim stanjima su dati u tabeli 8. Na osnovu podataka iz tabele 8, nacrtani su vremenski dijagrami linijskih napona, prikazani na slici 31 i fazni naponi, prikazani na slici 32. Fazni naponi su dobijeni prethodno uvedenom transformacijom koja pretpostavlja da je zbir trenutnih vrednosti faznih napona jednak nuli, što je postignuto izborom odgovarajućeg referentnog potencijala. Potencijali pozitivnog ( $v_P$ ) i negativnog ( $v_M$ ) ulaznog terminala invertora, što su terminali na koje se povezuje generator napona  $V_{IN}$ , izračunati u odnosu na ovako izabran referentni potencijal dati su na slici 33. Oni su određeni na osnovu stanja prekidača i dijagrama faznih napona pošto je u svakom trenutku vremena svaki fazni napon vezan ili za  $v_P$  ili za  $v_M$ .

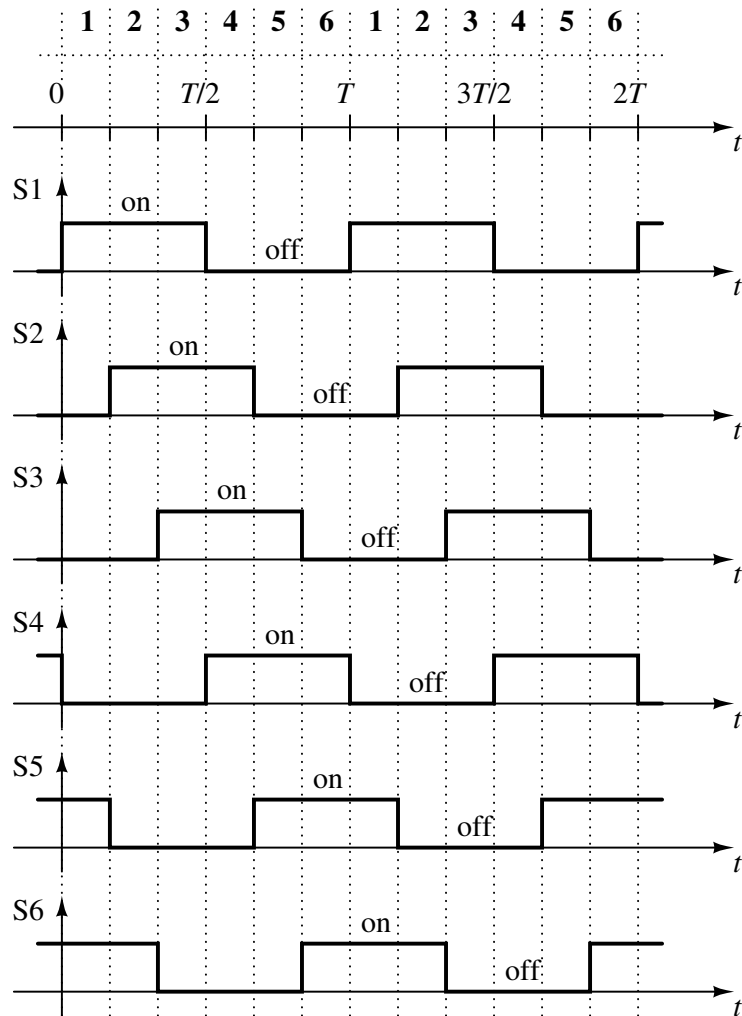
Analizom dobijenih vremenskih dijagrama linijskih napona, za amplitudu njihovog osnovnog harmonika se dobija

$$V_{L1m} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} V_{IN}$$

što odgovara efektivnoj vrednosti

$$V_{L1RMS} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} V_{IN}.$$





Slika 30: Six-step inverter, stanja prekidača.

Tabela 8: Six-step inverter.

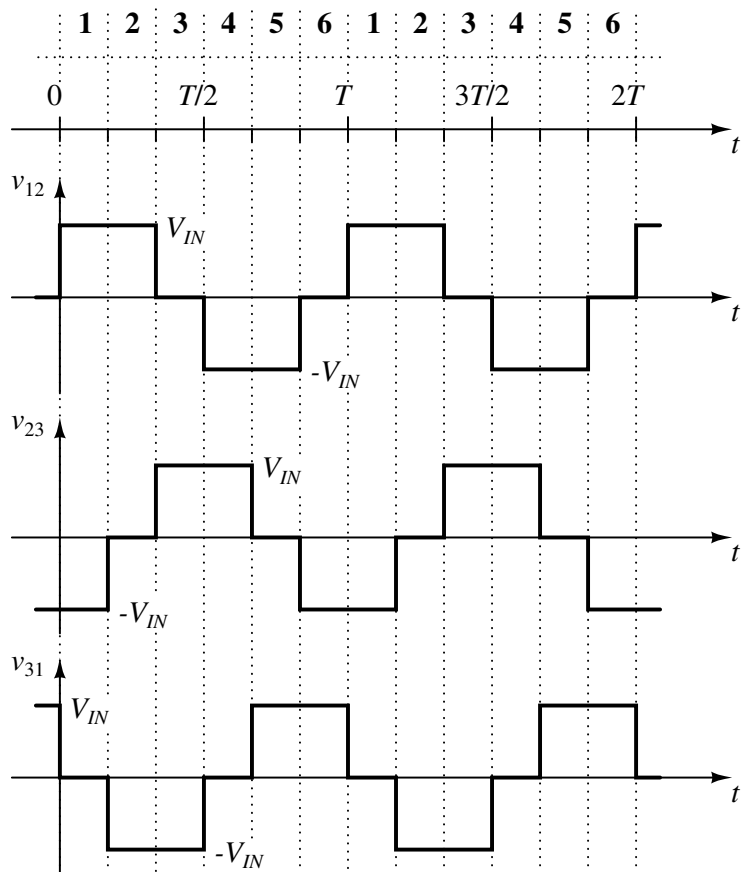
stanje	S1	S3	S5	$\vec{V}_P$	$v_{12}$	$v_{23}$	$v_{31}$	$v_1$	$v_2$	$v_3$
1	1	0	1	$\vec{V}_5$	$V_{IN}$	$-V_{IN}$	0	$\frac{1}{3} V_{IN}$	$-\frac{2}{3} V_{IN}$	$\frac{1}{3} V_{IN}$
2	1	0	0	$\vec{V}_4$	$V_{IN}$	0	$-V_{IN}$	$\frac{2}{3} V_{IN}$	$-\frac{1}{3} V_{IN}$	$-\frac{1}{3} V_{IN}$
3	1	1	0	$\vec{V}_6$	0	$V_{IN}$	$-V_{IN}$	$\frac{1}{3} V_{IN}$	$\frac{1}{3} V_{IN}$	$-\frac{2}{3} V_{IN}$
4	0	1	0	$\vec{V}_2$	$-V_{IN}$	$V_{IN}$	0	$-\frac{1}{3} V_{IN}$	$\frac{2}{3} V_{IN}$	$-\frac{1}{3} V_{IN}$
5	0	1	1	$\vec{V}_3$	$-V_{IN}$	0	$V_{IN}$	$-\frac{2}{3} V_{IN}$	$\frac{1}{3} V_{IN}$	$\frac{1}{3} V_{IN}$
6	0	0	1	$\vec{V}_1$	0	$-V_{IN}$	$V_{IN}$	$-\frac{1}{3} V_{IN}$	$-\frac{1}{3} V_{IN}$	$\frac{2}{3} V_{IN}$

Efektivna vrednost linijskog napona je

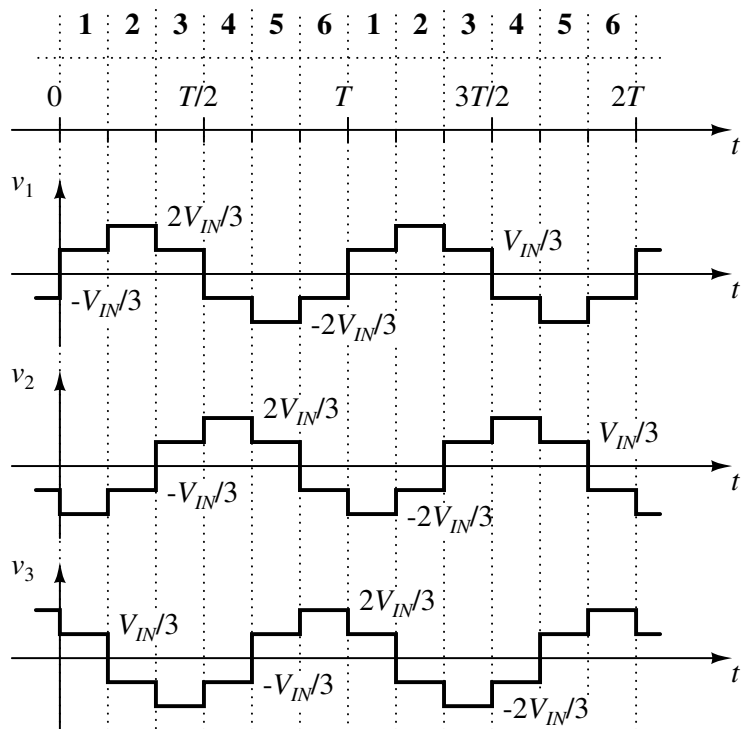
$$V_{LRMS} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{IN}$$

pa je ukupno harmonijsko izobličenje linijskog napona

$$THD = \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - 1} \approx 31.08\%.$$



Slika 31: Six-step inverter, linijski naponi.



Slika 32: Six-step inverter, fazni naponi.

Analizom vremenskih dijagrama faznih napona za amplitudu osnovnog harmonika se dobija

$$V_{P1m} = \frac{2}{\pi} V_{IN}$$

što odgovara efektivnoj vrednosti

$$V_{P1RMS} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} V_{IN}.$$

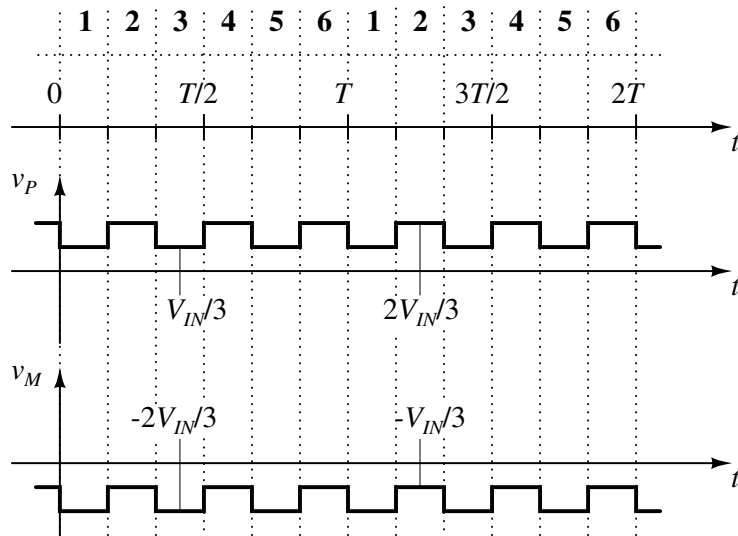
Efektivna vrednost faznog napona je

$$V_{PRMS} = \frac{\sqrt{2}}{3} V_{IN}$$

pa je ukupno harmonijsko izobličenje faznih napona

$$THD = \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - 1} \approx 31.08\%$$

isto kao i za linijske napone.

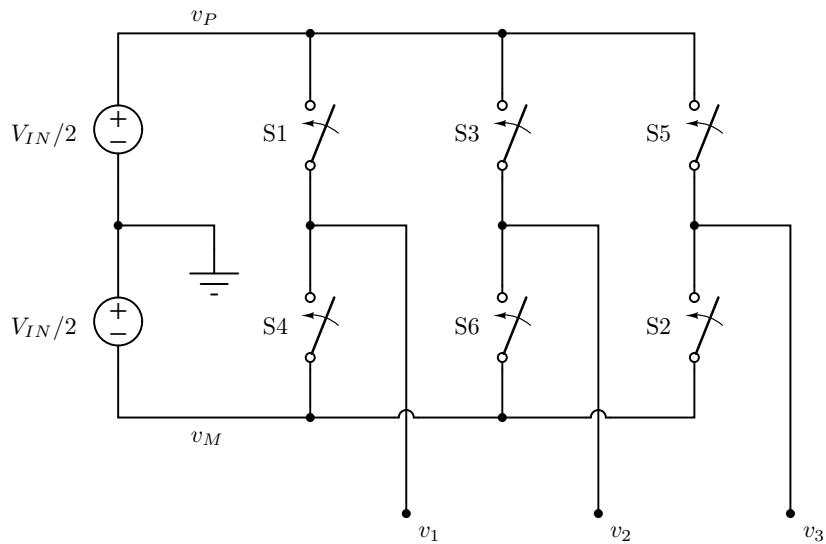


Slika 33: Six-step inverter, potencijali pozitivnog i negativnog ulaznog terminala invertora.

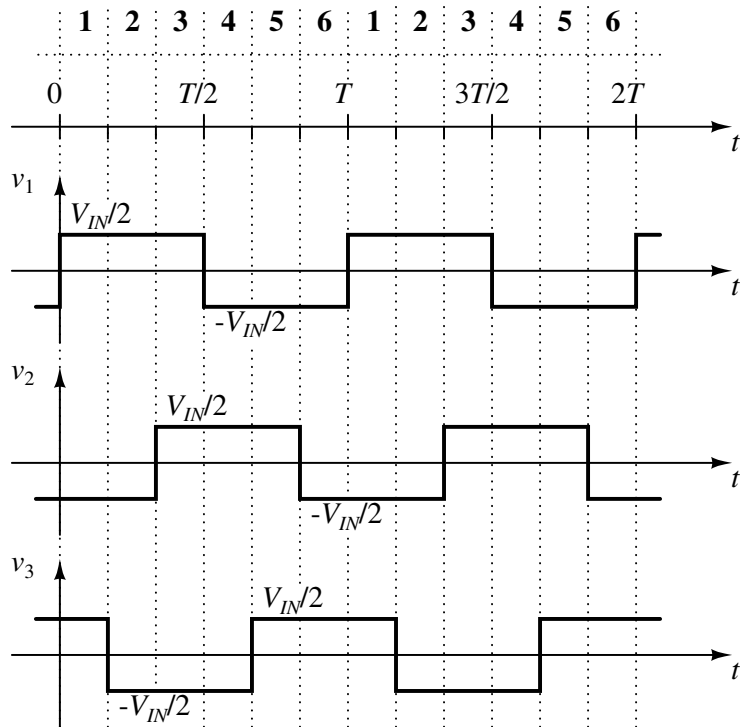
### Problem sa faznim naponima

Six-step invertori definišu linijske napone. Trenutna vrednost ma kog linijskog napona može biti  $+V_{IN}$ ,  $0$  ili  $-V_{IN}$ , zavisno od stanja prekidača. U analizi six-step invertora, a posebno u nastavi, određivanje faznih napona uzrokuje brojne probleme. Osnovni uzrok problema je referentni potencijal u odnosu na koji se fazni naponi odeđuju, koji nije sadržan u linijskim naponima, niti ga sami linijski naponi na bilo koji način uslovljavaju. Jednostavno, referentni potencijal može biti proizvoljno izabran. Naravno, u praksi se referentni potencijal bira tako da dobijeni fazni naponi imaju fizički smisao, da postoje neke komponente sistema na koje je taj napon primenjen.

Kao primer drugačije izabranog referentnog potencijala može da služi six-step inverter sa slike 34, gde je izvor ulaznog napona podeljen na dva dela, odnosno na dva redno vezana izvora, a za referentni potencijal je izabran čvor u kome se ti izvori međusobno vezani. Ova promena ne dovodi ni do kakvih promena u linijskim naponima, oni su isti kao ranije, prikazani na slici 31. Međutim, promena referentnog potencijala dovodi do promene faznih napona, njihovi novi talasni oblici su prikazani na slici 35. Osim toga, promena referentnog potencijala je dovela i do promena u potencijalima  $v_P$  i  $v_M$ , oni su sada prikazani na slici 36.

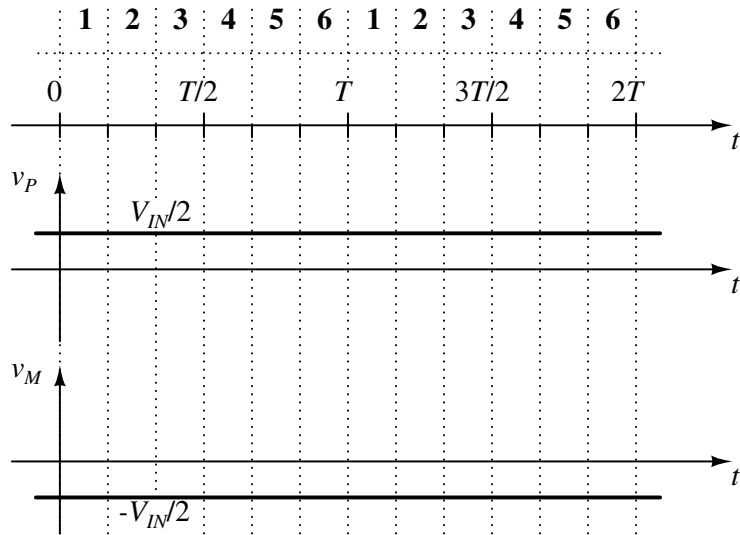


Slika 34: Six-step inverter, uveden referentni potencijal.



Slika 35: Six-step inverter, fazni naponi prema novom referentnom potencijalu.

Opisana promena referentnog potencijala i njom uslovljene promene potencijala pojedinih čvorova u kolu, uključujući i fazne napone, ne dovode ni do kakvih promena napona na potrošaču. Potrošač je priključen na linijske napone i nije vezan za referentni čvor (ovakva veza trofaznog potrošača se zove „three-wire connection“), tako da izlazne struje invertora, izlazna snaga i naponi na potrošaču ostaju isti. U cilju detaljnije analize, na slici 38 je prikazan six-step inverter kome su kao potrošač vezane tri linearne impedanse  $Z$  vezane u zvezdu. U prvoj analizi ćemo smatrati da zvezdište nije povezano na referentni čvor, dakle smatraćemo da veza označena isprekidanom linijom ne postoji. Ta situacija odgovara do sada analiziranim six-step inverterima. Prirodan referentni potencijal za potrošač je potencijal čvora  $v_N$ , pošto potencijali izlaznih priključaka invertora u tom slučaju odgovaraju naponima na pojedinačnim impedansama trofaznog potrošača. Međutim, u analiziranom slučaju je referentni potencijal definisan



Slika 36: Six-step inverter, naponi pozitivnog i negativnog ulaznog terminala invertora prema novom referentnom potencijalu.

drugačije, pa se otvara pitanje potencijala  $v_N$  u odnosu na referentni čvor. Kako je

$$\underline{V}_N = \underline{V}_1 - \underline{Z} \underline{I}_1$$

$$\underline{V}_N = \underline{V}_2 - \underline{Z} \underline{I}_2$$

i

$$\underline{V}_N = \underline{V}_3 - \underline{Z} \underline{I}_3$$

sabiranjem jednačina se dobija

$$3 \underline{V}_N = (\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3) - \underline{Z} (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3).$$

Kako je

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

dobija se

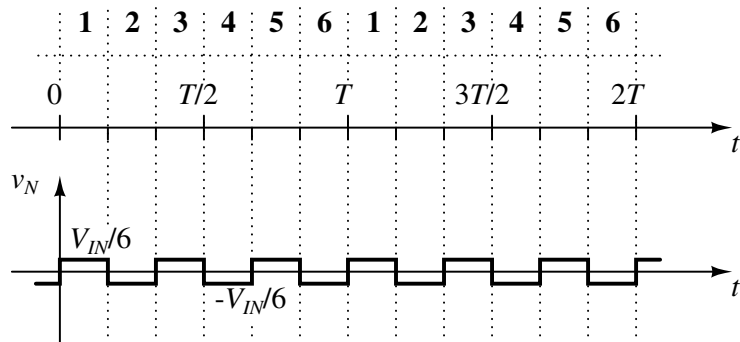
$$\underline{V}_N = \frac{1}{3} (\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3).$$

Oavj rezultat je izveden u kompleksnom domenu i važi za bilo koji harmonik. Prelaskom u vremenski domen i sumiranjem po svim harmonicima dobija se odgovarajući rezultat u vremenskom domenu

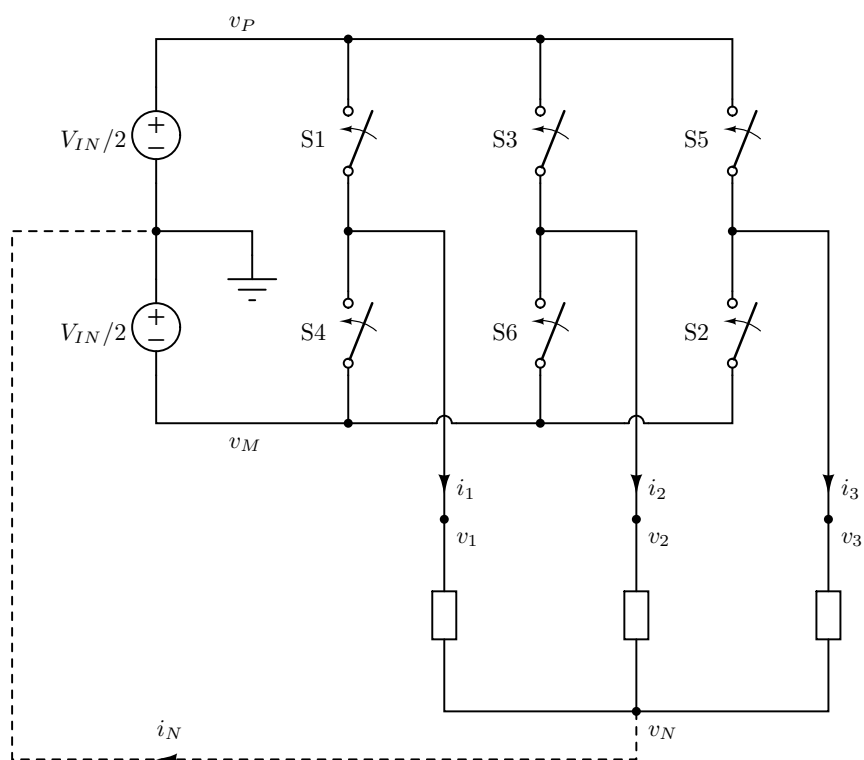
$$v_N = \frac{1}{3} (v_1 + v_2 + v_3).$$

Ovde treba imati u vidu da za izabran referentni čvor zbir faznih napona nije jednak nuli. Izračunavanjem potencijala zvezdišta  $v_N$  na osnovu dijagrama faznih napona sa slike 35 dobija se talasni oblik  $v_N$  prikazan na slici 37. Ovakav potencijal  $v_N$  daje iste napone na pojedinačnim impedansama potrošača kao da su fazni naponi računati prema referentnom potencijalu koji uslovljava  $v_1 + v_2 + v_3 = 0$ . Kao što je i bilo očekivano, izbor referentnog potencijala nije uticao na pojave u kolu, već samo na prikazivanje rezultata i to samo kod potencijala čvorova.

Uspostavljanje veze označene isprekidanom linijom na slici 38 menja kolo. To povezivanje uslovljava  $v_N = 0$  i protok struje  $i_N$ . Ovakva veza trofaznog potrošača se naziva „*four-wire connection*“ Linijski naponi six-step invertora su i dalje određeni stanjima prekidača i isti su kao prikazani na slici 31. Međutim, naponi na pojedinačnim impedansama potrošača nisu više oblika kao fazni naponi sa slike 32, već su kao naponi sa slike 35. To uzrokuje drugačije struje pojedinačnih impedansi potrošača i protok struje  $i_N$  po „neutralnom“ provodniku koji je na šemi sa slike 38 označen isprekidanom linijom.



Slika 37: Six-step inverter, potencijal zvezdišta (neutrala) simetričnog linearnog potrošača prema novom referentnom potencijalu.



Slika 38: Six-step inverter, 3-wire i 4-wire povezivanje.