

Kapacitivno spregnuti ispravljači

Predrag Pejović

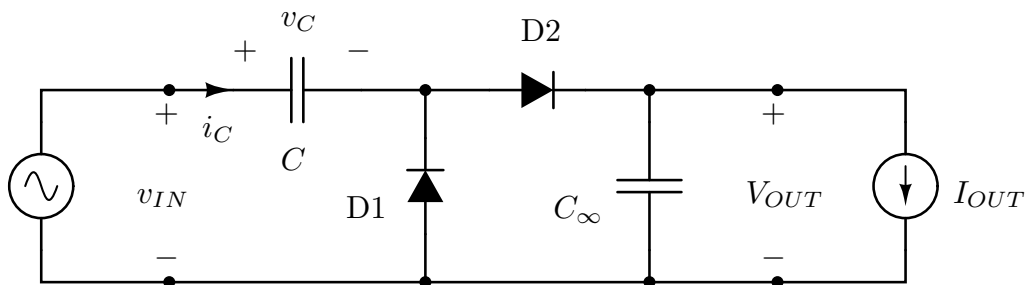
4. februar 2012

1 Jednostrani ispravljač

Na slici 1 je prikazan jednostrani ispravljač sa kapacitivnom spregom i prostim kapacitivnim filtrom. U analizi ćemo smatrati da je kapacitivnost izlaznog filterskog kondenzatora C_∞ dovoljno velika da se talasnost izlaznog napona može zanemariti, što se zapisuje kao $C_\infty \rightarrow \infty$. Direktna posledica ove pretpostavke je da je izlazni napon V_{OUT} konstantan, što će znatno olakšati analizu kola koje pod ovom pretpostavkom ima rešenje u zatvorenoj formi. Kapacitivnost kondenzatora C se smatra konačnom i njegov napon će imati značajne i jednosmernu i naizmeničnu komponentu. Smatraćemo da je ulazni napon

$$v_{IN} = V_m \sin(\omega t)$$

što je prikazano odgovarajućim dijagramom na slici 2.



Slika 1: Jednostrani ispravljač sa kapacitivnom spregom.

Pod navedenim pretpostavkama se kondenzator C preko diode D1 puni energijom na napon $-V_m$ u svakoj periodi ulaznog napona i dostiže napon $v_C(\omega t) = -V_m$ za $\omega t = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$, gde je $k \in \mathbb{Z}$. Na dijagramu v_{IN} sa slike 2 je trenutak kada je kondenzator C napunjen označen tačkom B. Za sada još uvek ne znamo kada je dioda D1 počela da vodi. Taj trenutak, na slici 2 označen tačkom A, će biti određen kasnije. Dok vodi dioda D1, dioda D2 je neprovodna, inverzno je polarisana naponom V_{OUT} .

Dioda D2 počinje da provodi za za

$$v_{IN} - v_C = V_{OUT}.$$

Kako je u trenutku početka provođenja diode D2 napon na kondenzatoru C jednak $-V_m$, dobija se

$$v_{IN} + V_m = V_{OUT}.$$

Trenutak početka provođenja diode D2, t_α , označen tačkom C na dijagramu sa slike 2, ćemo predstavljati preko odgovarajućeg faznog ugla $\alpha = \omega t_\alpha$. Zamenom talasnog oblika v_{IN} se dobija

$$V_m \sin \alpha = V_m + V_{OUT}$$

odakle je

$$\sin \alpha = \frac{V_{OUT}}{V_m} - 1.$$

Dijagrami sa slike 2 su dobijeni za $V_{OUT} = 1.5 V_m$, pa je $\sin \alpha = 0.5$ i $\alpha = 30^\circ$. Kada vodi dioda D2, dioda D1 je inverzno polarisana naponom V_{OUT} , a struja diode D2 je data jednačinom

$$i_{D2} = i_C = C \frac{dv_C}{dt} = C \frac{d(v_{IN} - V_{OUT})}{dt} = C \frac{dv_{IN}}{dt}.$$

Dioda D2 vodi dok je njena struja pozitivna. Kako je

$$C \frac{dv_{IN}}{dt} = \omega C V_m \cos \omega t = i_{D2}$$

dioda D2 vodi od ugla α do $\frac{\pi}{2}$, što je na dijagramu sa slike 2 označeno tačkom D. Kako je srednja vrednost struje kondenzatora C_∞ jednaka nuli, izlazna struja ispravljača je jednaka srednjoj vrednosti struje diode D2 tokom periode mrežnog napona

$$I_{OUT} = \overline{i_{D2}} = \frac{1}{2\pi} \omega C V_m \int_{\alpha}^{\pi/2} \cos(\omega t) d(\omega t)$$

odnosno

$$I_{OUT} = \frac{\omega C V_m}{2\pi} (1 - \sin \alpha).$$

Zamenom ranije dobijene vrednosti za ugao uključenja diode D2, α , u jednačinu po izlaznoj struji se dobija

$$I_{OUT} = f C (2 V_m - V_{OUT})$$

odnosno

$$V_{OUT} = 2 V_m - \frac{1}{f C} I_{OUT}.$$

Ovim je dobijena veza između izlazne struje i izlaznog napona. Kako je ta veza linearna, moguće je napraviti ekvivalentno Tevenenovo predstavljanje izlaza ispravljača koje se sastoji iz $E_T = 2 V_m$ i $R_T = \frac{1}{f C}$. Izlazni napon praznog hoda ispravljača, pri $I_{OUT} = 0$, je $E_T = 2 V_m$, dok je struja kratkog spoja $I_{SC} = 2 f C V_m = \frac{1}{\pi} \omega C V_m$.

Dioda D2 je prestala da vodi za $\omega t = \frac{\pi}{2}$, kada je $v_{IN} = V_m$, pa je u tom trenutku $v_C = V_m - V_{OUT}$. Ovaj podatak je potreban da bi bio određen trenutak kada dioda D1 počinje da vodi. Tada je $v_{IN} - v_C = 0$, pa je u trenutku uključenja diode D1 $v_{IN} = V_m - V_{OUT}$. Trenutak uključenja diode D2 je na dijagramu v_{IN} sa slike 2 označen tačkom A i odgovara faznom uglu $\omega t_\beta = \beta$. Stoga je $V_m \sin \beta = V_m - V_{OUT}$, pa je

$$\sin \beta = 1 - \frac{V_{OUT}}{V_m} = -\sin \alpha.$$

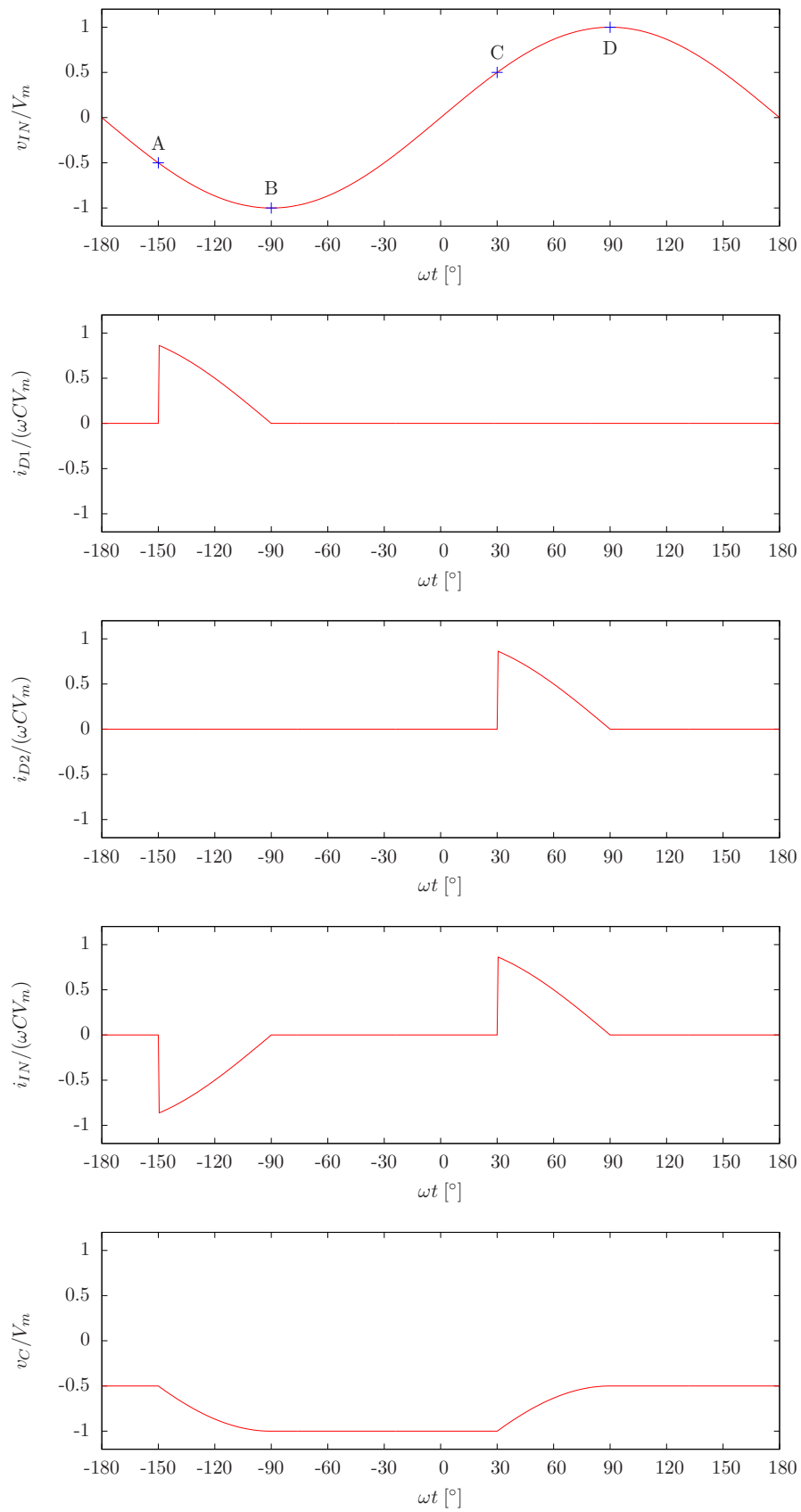
Kako dioda D1 provodi samo dok napon v_{IN} opada, za razliku od D2 koja provodi samo dok v_{IN} raste, za vezu između α i β se dobija $\beta = \alpha - \pi$. Na dijagramu v_{IN} sa slike 2 trenutak uključenja diode D1 je označen tačkom A.

Na slici 2 su, osim do sada pominjanog napona v_{IN} , prikazani vremenski dijagrami struja i_{D1} , i_{D2} , i_{IN} i napona na kondenzatoru v_C . Dijagrami su dobijeni za $V_{OUT} = 1.5 V_m$.

Na osnovu određenog vremenskog dijagrama $i_{IN} = -i_{D1} + i_{D2}$, može se pokazati da je srednja snaga na ulazu ispravljača $P_{IN} = v_{IN} i_{IN}$

$$P_{IN} = f C (2 V_m - V_{OUT}) V_{OUT} = I_{OUT} V_{OUT} = P_{OUT}$$

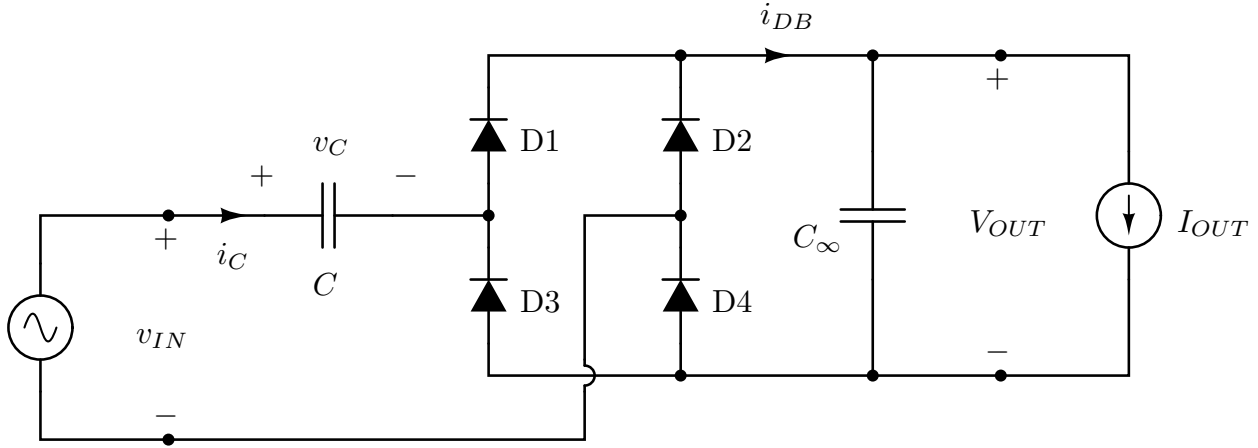
što je očekivan rezultat.



Slika 2: Jednostrani ispravljač sa kapacitivnom spregom, vremenski dijagrami struja i napona.

2 Dvostrani ispravljač

Na slici 3 je prikazan dvostrani kapacitivno spregnuti ispravljač. Analiza ovog ispravljača je nešto složenija od analize jednostranog ispravljača, ali se suštinski izvodi na isti način. Opet ćemo pretpostaviti da je kapacitivnost izlaznog (filterskog) kondenzatora $C_\infty \rightarrow \infty$ dovoljno velika da se talasnost izlaznog napona može zanemariti, pa će u daljoj analizi biti smatrano da je izlazni napon V_{OUT} konstantan, nezavisan od vremena.



Slika 3: Dvostrani ispravljač

Za početak, pretpostavimo da $i_C > 0$. Tada vode diode D1 i D4, a struja kondenzatora je data sa

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} = C \frac{d(v_{IN} - V_{OUT})}{dt} = C \frac{dv_{IN}}{dt}$$

Kako i dalje važi pretpostavka da je $v_{IN} = V_m \sin(\omega t)$, kada diode vode

$$i_C = \omega C V_m \cos(\omega t)$$

pa diode D1 i D4 prestaju da vode za $\omega t = \frac{\pi}{2}$. Tada je $v_C = V_m - V_{OUT}$. Ovaj trenutak je na vremenskom dijagramu v_{IN} sa slike 4 označen tačkom D.

Drugi slučaj provođenja dioda u ispravljaču sa slike 3 je kada je $i_C < 0$, kada vode diode D2 i D3. I tada je i_C dato istom jednačinom kao kada vode diode D1 i D4, pošto je $v_C = v_{IN} + V_{OUT}$ u ovom slučaju. Ograničavajući se u analizi na period $-\pi \leq \omega t < \pi$, diode D2 i D3 će prestati da vode za $\omega t = -\frac{\pi}{2}$, što je na dijagramu napona v_{IN} sa slike 4 označeno tačkom B. Tada će napon na kondenzatoru biti $v_C = -V_m + V_{OUT}$.

Do sada su određeni naponi na kondenzatoru u trenucima kada diode prestaju da vode. Ovo je dovoljno da odredimo trenutke u kojima su diode počele da vode. U trenutku t_α kada diode D1 i D4 počinju da vode zatečen napon na kondenzatoru je $v_C(t_\alpha) = -V_m + V_{OUT}$. Fazni ugao kada diode D1 i D4 počinju da vode označimo sa α , pa je

$$V_m \sin \alpha = V_{OUT} + v_C(t_\alpha) = V_{OUT} - V_m + V_{OUT} = 2V_{OUT} - V_m.$$

Odavde je

$$\sin \alpha = 2 \frac{V_{OUT}}{V_m} - 1.$$

Trenutak uključivanja dioda D1 i D4 je na dijagramu v_{IN} sa slike 4 označen tačkom C. Treba imati u vidu da diode D1 i D4 vode dok v_{IN} raste.

Situacija sa diodama D2 i D3 je simetrična u odnosu na provođenje D1 i D4. Kada one počiju da vode, u faznom uglu β , označenom tačkom A na slici 4, napon na kondenzatoru je $v_C(t_\beta) = -V_m + V_{OUT}$, pa važi

$$V_m \sin \beta = -V_{OUT} + v_C(t_\beta) = -V_{OUT} + V_m - V_{OUT} = V_m - 2V_{OUT}$$

pa je

$$\sin \beta = 1 - 2 \frac{V_{OUT}}{V_m} = -\sin \alpha.$$

Kako diode D2 i D3 vode dok napon v_{IN} opada, važi $\beta = \alpha - \pi$.

Kada diode ne vode, napon na kondenzatoru je konstantan, pošto je struja kondenzatora jednaka nuli. Vremenski dijagrami struje kondenzatora i_C , napona na kondenzatoru v_C i struja dioda $i_{D1} = i_{D4}$ i $i_{D2} = i_{D3}$ su prikazani na slici 4 za $V_{OUT} = \frac{3}{4} V_m$, kada je $\alpha = 30^\circ$.

Izlazna struja ispravljača I_{OUT} je jednaka jednosmernoj komponenti izlazne struje diodnog mosta i_{DB} , $I_{OUT} = \overline{i_{DB}}$. Kako je $i_{DB} = |i_C|$, koristeći simetriju na polovini periode ulaznog napona izlazna struja ispravljača se može izračunati kao

$$I_{OUT} = \frac{1}{\pi} \omega C V_m \int_{\alpha}^{\pi/2} \cos(\omega t) d(\omega t)$$

što se svodi na

$$I_{OUT} = \frac{1}{\pi} \omega C V_m (1 - \sin \alpha).$$

Zamenom ranije određene vrednosti za $\sin \alpha$ dobija se

$$I_{OUT} = \frac{2}{\pi} \omega C (V_m - V_{OUT}) = 4 f C (V_m - V_{OUT})$$

odnosno

$$V_{OUT} = V_m - \frac{1}{4 f C} I_{OUT}.$$

Kao i u slučaju jednostranog ispravljača sa kapacitivnom spregom, zavisnost izlaznog napona od izlazne struje je linearna i može se predstaviti ekvivalentnim Tevenenovim izvorom elektromotorne sile $E_T = V_m$ i unutrašnje otpornosti $R_T = \frac{1}{4 f C}$. U odnosu na jednostrani ispravljač sa kapacitivnom spregom, dvostrani ima dva puta manju elektromotornu silu i četiri puta manju unutrašnju otpornost. Napon praznog hoda dvostranog ispravljača je V_m , a struja kratkog spoja je $I_{SC} = 4 f C V_m = \frac{2}{\pi} \omega C V_m$.

Ulazna snaga ispravljača je data sa $P_{IN} = \overline{v_{IN} i_{IN}}$ i korišćenjem simetrije po poluperiodi se dobija kao

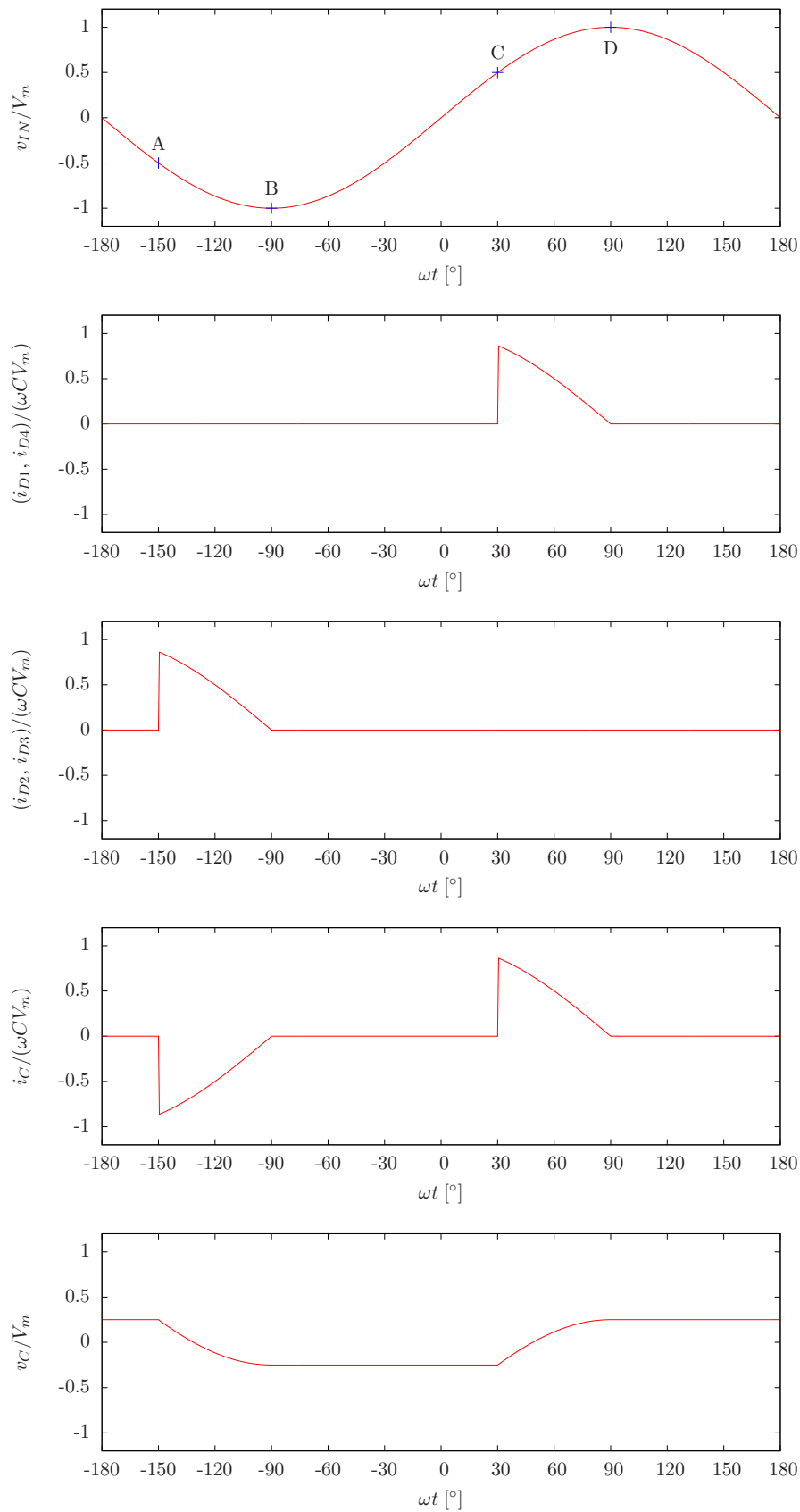
$$P_{IN} = \frac{1}{\pi} \omega C V_m^2 \int_{\alpha}^{\pi/2} \sin(\omega t) \cos(\omega t) dt = \frac{1}{2\pi} \omega C V_m^2 (1 - \sin^2 \alpha)$$

što se zamenom prethodno određene vrednosti $\sin \alpha$ svodi na

$$P_{IN} = \frac{2}{\pi} \omega C (V_m - V_{OUT}) V_{OUT} = I_{OUT} V_{OUT}$$

što je očekivan rezultat.

U prilogu su dati programi za simulaciju oba razmatrana ispravljača u programskom paketu GNU Octave <http://www.gnu.org/software/octave/>.



Slika 4: Dvostrani ispravljač sa kapacitivnom spregom, vremenski dijagrami struja i napona.

3 Prilog 1: Program za simulaciju jednostranog ispravljača

```
# capacitor-coupled half-wave rectifier

clear all
close all

deg = linspace(-180, 180, 360 * 2 + 1);
wt = deg / 180 * pi;
n = length(deg);

Mout = input('Vout/Vm = ');

min = sin(wt);
mout = Mout * ones(1, n);
jin0 = cos(wt);

alpha = asin(Mout - 1);

d1 = ((- pi + alpha < wt) & (wt <= - pi / 2)) | (pi + alpha < wt);
X1 = (- pi / 2 < wt) & (wt <= alpha);
d2 = (alpha < wt) & (wt <= pi / 2);
X2 = ((pi / 2 < wt) & (wt <= pi + alpha)) | (wt <= - pi + alpha);

jd1 = - jin0 .* d1;
jd2 = jin0 .* d2;
jin = - jd1 + jd2;
mc = min .* d1 + (-1) .* X1 + (min - mout) .* d2 + (1 - mout) .* X2;

Jout = mean(abs(jd2));
printf('Iout = %6.4f * w * C * Vm\n', Jout);

figure(1)

subplot(2, 1, 1)
plot(deg, jin)
set(gca, 'XTick', -180:30:180)
axis([-180, 180, -1.2, 1.2])
xlabel('wt [deg]')
ylabel('i_{IN}/(wCV_m)')

subplot(2, 1, 2)
plot(deg, mc)
set(gca, 'XTick', -180:30:180)
axis([-180, 180, -1.2, 1.2])
xlabel('wt [deg]')
ylabel('v_C/V_m')

hwdata = [deg', wt', min', mout', jd1', jd2', jin', mc'];
save hwdata hwdata
```

4 Prilog 2: Program za simulaciju dvostranog ispravljača

```
# capacitor-coupled full-wave rectifier

clear all
close all

deg = linspace(-180, 180, 360 * 2 + 1);
wt = deg / 180 * pi;
n = length(deg);

Mout = input('Vout/Vm = ');

min = sin(wt);
mout = Mout * ones(1, n);
jin0 = cos(wt);

alpha = asin(2 * Mout - 1);

d23 = ((- pi + alpha < wt) & (wt <= - pi / 2)) | (pi + alpha < wt);
X23 = (- pi / 2 < wt) & (wt <= alpha);
d14 = (alpha < wt) & (wt <= pi / 2);
X14 = ((pi / 2 < wt) & (wt <= pi + alpha)) | (wt <= - pi + alpha);
jd23 = - jin0 .* d23;
jd14 = jin0 .* d14;
jc = - jd23 + jd14;
mc = (min + mout) .* d23 + (mout - 1) .* X23 + \
      (min - mout) .* d14 + (1 - mout) .* X14;

Jout = mean(abs(jc));
printf('Iout = %6.4f * w * C * Vm\n', Jout);

figure(1)

subplot(2, 1, 1)
plot(deg, jc)
set(gca, 'XTick', -180:30:180)
axis([-180, 180, -1.2, 1.2])
xlabel('wt [deg]')
ylabel('i_{IN}/(wCV_m)')

subplot(2, 1, 2)
plot(deg, mc)
set(gca, 'XTick', -180:30:180)
axis([-180, 180, -1.2, 1.2])
xlabel('wt [deg]')
ylabel('v_C/V_m')

fwdata = [deg', wt', min', mout', jd14', jd23', jc', mc'];
save fwdata fwdata
```