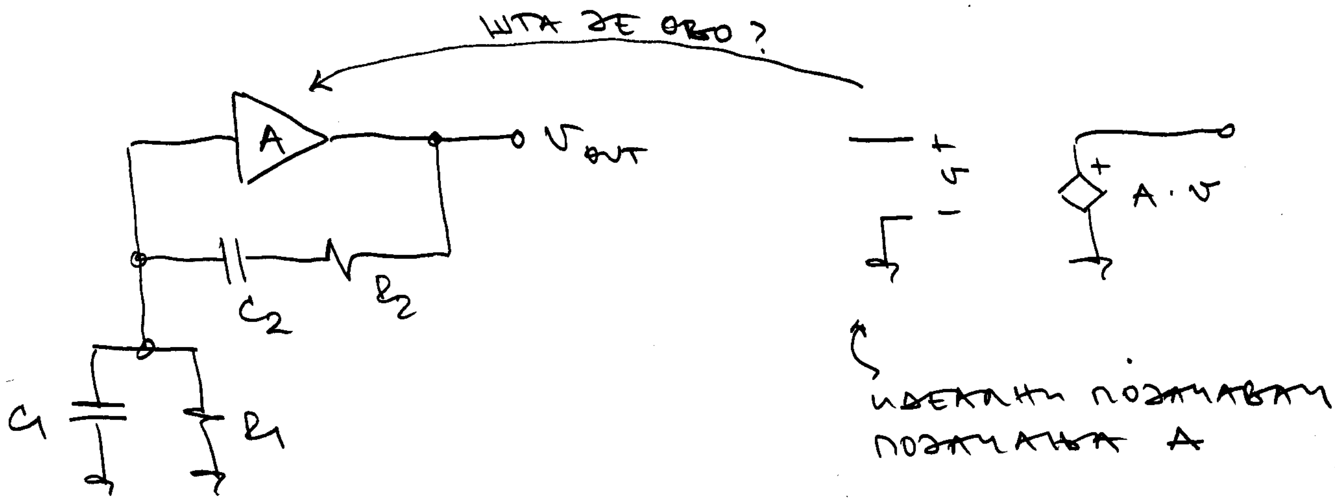
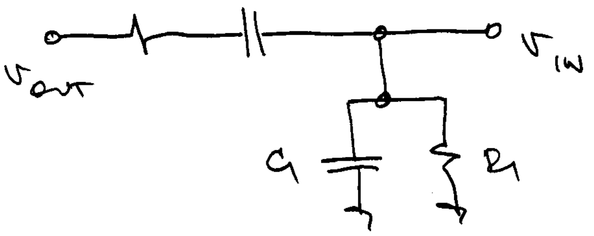
ОСЦИЛАТОР СА ВИНОВИМ МОСТОМ



– ПРИМЕНА БАРКХАУЗЕНОВОГ КРИТЕРИЈУМА

– ЗА A ЈЕ ЛАКО, МАДА ЈОШ НЕ ЗНАМО КОЛИКО ЈЕ

– β:



$$\beta(s) = \frac{V_{IN}(s)}{V_{OUT}(s)}$$

$$\beta(s) = \frac{\frac{R_1}{1+sR_1C_1}}{\frac{R_1}{1+sR_1C_1} + R_2 + \frac{1}{sC_2}}$$

$$\beta(s) = \frac{sR_1C_2}{sR_1C_2 + sR_2C_2(1+sR_1C_1) + 1 + sR_1C_1}$$

$$\beta(s) = \frac{sR_1C_2}{1 + s(R_1C_2 + R_2C_2 + R_1C_1) + s^2R_1C_1R_2C_2}$$

— ДА СЕ ОГРАНИЧИМО НА СИНУСОИДЕ, $s = j\omega$

$$\beta(j\omega) = \frac{j\omega R_1 C_2}{\underbrace{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2}_{} + j\omega (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)}$$

ЗГОДНО ЈЕ РЕАЛНЕ
ЧЛАНОВЕ УВЕК ДРЖАТИ
ЗАЈЕДНО, $s^2 = (j\omega)^2 = -\omega^2$

— КРУЖНО ПОЈАЧАЊЕ НА $s = j\omega$

$$\beta(j\omega) A = \frac{j\omega R_1 C_2 A}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)}$$

— БАРКХАУЗЕНОВ КРИТЕРИЈУМ

$$\frac{j\omega R_1 C_2 A}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)} = 1 + j0$$

ОВО ЋЕ ПОСТАТИ <u>ДВЕ</u> РЕАЛНЕ
ЈЕДНАЧИНЕ; ОБЕ СУ КОРИСНЕ

— КОРИСНА ПРЕЧИЦА

$$\operatorname{Im} \frac{ja}{b + jc} = 0, \quad a, b, c \in R \;\rightarrow\; b = 0$$

— ПРИМЕНА "КОРИСНЕ ПРЕЧИЦЕ"

$$1 - \omega_0^2 R_1 C_1 R_2 C_2 = 0 \;\rightarrow\; \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}}$$

ω_0, НА КОЈОЈ ОСЦИЛУЈЕ

— Шта је урађено? из 1/2 Баркхаузеновог услова

$$\mathrm{Im}(\beta(j\omega)A(j\omega)) = 0$$

смо одредили фреквенцију осциловања

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}}$$

— Шта је са другом 1/2 Баркхаузеновог услова?

пошто је $1-\omega^2 R_1C_1R_2C_2$ већ $=0$

$$\frac{\cancel{j\omega} R_1C_2 A}{\cancel{j\omega}(R_1C_1+R_1C_2+R_2C_2)} = 1$$

$$A = \frac{R_1C_1+R_1C_2+R_2C_2}{R_1C_2} = 1+\frac{C_1}{C_2}+\frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{A = 1+\frac{C_1}{C_2}+\frac{R_2}{R_1}}$$

"услов" осциловања, потребно појачање појачавача

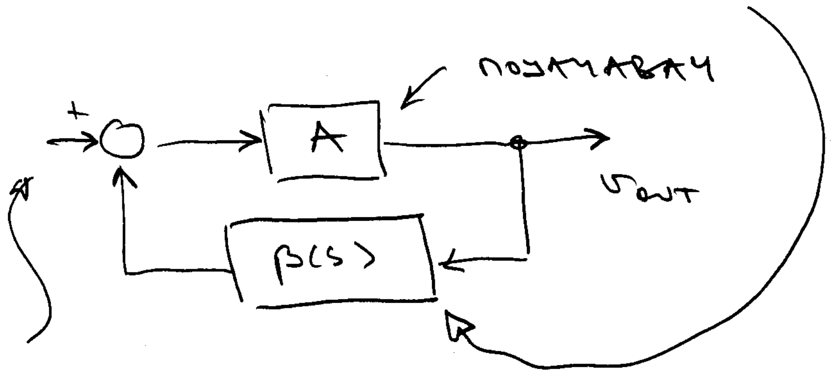
— посебан случај од значаја, $R_1=R_2=R$, $C_1=C_2=C$, тада

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}} \qquad \boxed{A = 3}$$

ОДРЕЂИВАЊЕ ФРЕКВЕНЦИЈЕ И УСЛОВА ОСЦИЛОВАЊА ПРЕКО ПОЛОЖАЈА ПОЛОВА

- БАРКХАУЗЕНОВ КРИТЕРИЈУМ ЈЕ БИО ОД КОРИСТИ; ИПАК, ОН НЕ КАЖЕ ШТА ЋЕ СЕ ДЕСИТИ ЗА $A = 2.9$, $A = 3.1$, $A = 5$ И СЛ. (ОДНОСИ СЕ НА ПОСЕБАН СЛУЧАЈ, $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$).
- ПОТПУНИЈА СЛИКА, РАСПОРЕД ПОЛОВА, ROOT LOCUS
- НЕКА ЈЕ $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$; НЕ ОГРАНИЧАВАМ СЕ ВИШЕ НА $s = j\omega$;

$$\beta(s) = \frac{sRC}{1 + 3sRC + s^2R^2C^2}$$



v_{IN} КОГА НЕМА

v_{IN} ЈЕ УВЕДЕНО ФИКТИВНО, НЕКИ ШУМ КОЈИ ЋЕ ДА ПОКРЕНЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ (ПОЛАКО, ВИДЕЋЕТЕ ЗОШ)

$$\frac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)} = \frac{A}{1 - \beta(s)A} = \frac{A}{1 - \frac{sRCA}{1 + 3sRC + s^2R^2C^2}}$$

$$\frac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)} = \frac{A(1 + 3sRC + s^2R^2C^2)}{1 + (3-A)sRC + s^2R^2C^2}$$

$$D(s) = 1 + (3-A)\,sRC + s^2R^2C^2$$

КАРАКТЕРИСТИЧНИ ПОЛИНОМ; НАЛАЗИ СЕ У ИМЕНИОЦУ СВАКЕ ФУНКЦИЈЕ ПРЕНОСА; ЊЕГОВИ КОРЕНИ СУ ПОЛОВИ СИСТЕМА И ОДРЕЂУЈУ ТИП ОДЗИВА

– s СЕ НИКАДА НЕ ЈАВЉА САМО, ВЕЋ ИСКЉУЧИВО У ДРУШТВУ R и C, КАО sRC; УВЕДЕМО СМЕНУ

$$x \triangleq sRC, \qquad s = \frac{x}{RC}$$

ОВО СЕ ЗОВЕ НОРМАЛИЗАЦИЈА; У НЕКИМ ОБЛАСТИМА СЕ ЧЕСТО КОРИСТИ (НПР. ЕНЕРГЕТИКА)

$$x^2 + (3-A)x + 1 = 0 \qquad s = \frac{x}{RC}$$

ТРАЖИМ КОРЕНЕ КАРАКТЕРИСТИЧНОГ ПОЛИНОМА, ТЈ. ПОЛОВЕ СИСТЕМА

$$x_{1/2} = -\frac{3-A}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3-A}{2}\right)^2 - 1}$$

АНАЛИЗИРАМ ЗАВИСНОСТ ПОЛОЖАЈА ПОЛОВА ОД A, МЕТОД ГМК (ГЕОМЕТРИЈСКО МЕСТО КОРЕНА) ИЛИ ROOT LOCUS

(1) $A=0$: $$x_{1/2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9-4}{4}} = -\frac{3\mp\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = -\frac{3+\sqrt{5}}{2} \qquad x_2 = -\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= -\frac{3+\sqrt{5}}{2}RC \approx -2.618RC \\ s_2 &= -\frac{3-\sqrt{5}}{2}RC \approx -0.793RC \end{aligned}\right\}$$

ПОЛОВИ РЕАЛНИ, РАЗЛИЧИТИ, У ЛЕВОЈ 1/2 РАВНИ; ОДЗИВ УСЛЕД П.У. ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНО НЕСТАЈЕ

② ПОКЛАПАЈУ ЛИ СЕ ПОЛОВИ КАДА? КОЛИКО ЈЕ A ЗА ДВОСТРУКИ ПОЛ?

$$\left(\frac{3-A}{2}\right)^2 - 1 = 0$$

$$\left(\frac{3-A}{2}\right)^2 = 1 \xrightarrow{\text{ПАЗИТЕ!}} \frac{3-A}{2} = \pm 1$$

$$\frac{3-A}{2} = 1 \qquad \boxed{A = 1}$$ ← СЛУЧАЈ ②

$$\frac{3-A}{2} = -1 \qquad \boxed{A = 5}$$ ← ОВО ЋЕ БИТИ СЛУЧАЈ ④

СЛУЧАЈ ②: $x_1 = x_2 = -\frac{3-1}{2} = -1$

$$s_1 = s_2 = -\frac{1}{RC}$$

← ДВОСТРУКИ ПОЛ У ЛЕВОЈ 1/2 РАВНИ, ПОСТОЈАЋЕ „СЕКУЛАРНИ ЧЛАН“, АЛИ СВАКИ ПОЧЕТНИ УСЛОВ ЋЕ ВРЕМЕНОМ НЕСТАТИ

СТАБИЛНО!

СЛУЧАЈ ④: $x_1 = x_2 = -\frac{3-5}{2} = +1$

$$s_1 = s_2 = \frac{1}{RC}$$

← ДВОСТРУКИ ПОЛ У ДЕСНОЈ 1/2 РАВНИ

НЕСТАБИЛНО!

ОДЗИВ ЈЕ ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНО РАСТУЋИ, НЕМА БЛИСКЕ ВЕЗЕ СА СИНУСОИДОМ.

③ Нестаје ли када реални део корена? За нашу примену је овај случај најзанимљивији, тада коло осцилује.

$$-\frac{3-A}{2}=0 \qquad \boxed{A=3}$$ ← једино решење

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{\left(\frac{3-3}{2}\right)^2-1} = \pm j$$

$s_1 = -\frac{j}{RC}$, $s_2 = +\frac{j}{RC}$ ← гранично стабилно, полови на Im оси

коло ће осциловати на $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

← нумерација је оваква јер смо ④ већ потрошили

⑤ Шта се догађа кад $A \to \infty$?

$$x_{1/2} = -\frac{3-A}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3-A}{2}\right)^2-1} \to -\frac{3-A}{2} \pm \frac{A-3}{2}$$

$$x_{1/2} \to \frac{A}{2} \pm \frac{A}{2} \qquad x_1 \to \infty, \quad x_2 \to 0$$

$s_1 \to 0$, $s_2 \to \infty$ } реални и различити полови у десној комплексној 1/2 равни, коло нестабилно, одзив услед п.у. експоненцијално расте

↑ није осцилатор

– закључак: $\boxed{A=3}$, $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}$, коло осцилује; ово је рекао и Баркхаузен; however, сада знамо више, шта се догађа за $A=2.9$, $A=3.1$, $A=5$, ...

— ДОДАТНО РАЗМАТРАЊЕ ЗА ОВАЈ СЛУЧАЈ:

$$x_{1/2} = -\frac{3-A}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3-A}{2}\right)^2 - 1} \quad , \quad s = \frac{x}{RC}$$

ПОЛОВИ ИМАЈУ Im ДЕО $\neq 0$ ЗА $1 < A < 5$

СМЕНА $t = \frac{3-A}{2}$; $A=1$, $t=1$; $A=5$, $t=-1$;

ЛИНЕАРНО ЈЕ ПА $-1 < t < 1$

$$x_{1/2} = -t \pm \sqrt{t^2 - 1} \qquad -1 < t < 1$$

$$x_{1/2} = -t \pm j\sqrt{1-t^2} = A + jB$$

ГДЕ СЕ ПОЛОВИ НАЛАЗЕ, ГЕОМЕТРИЈА

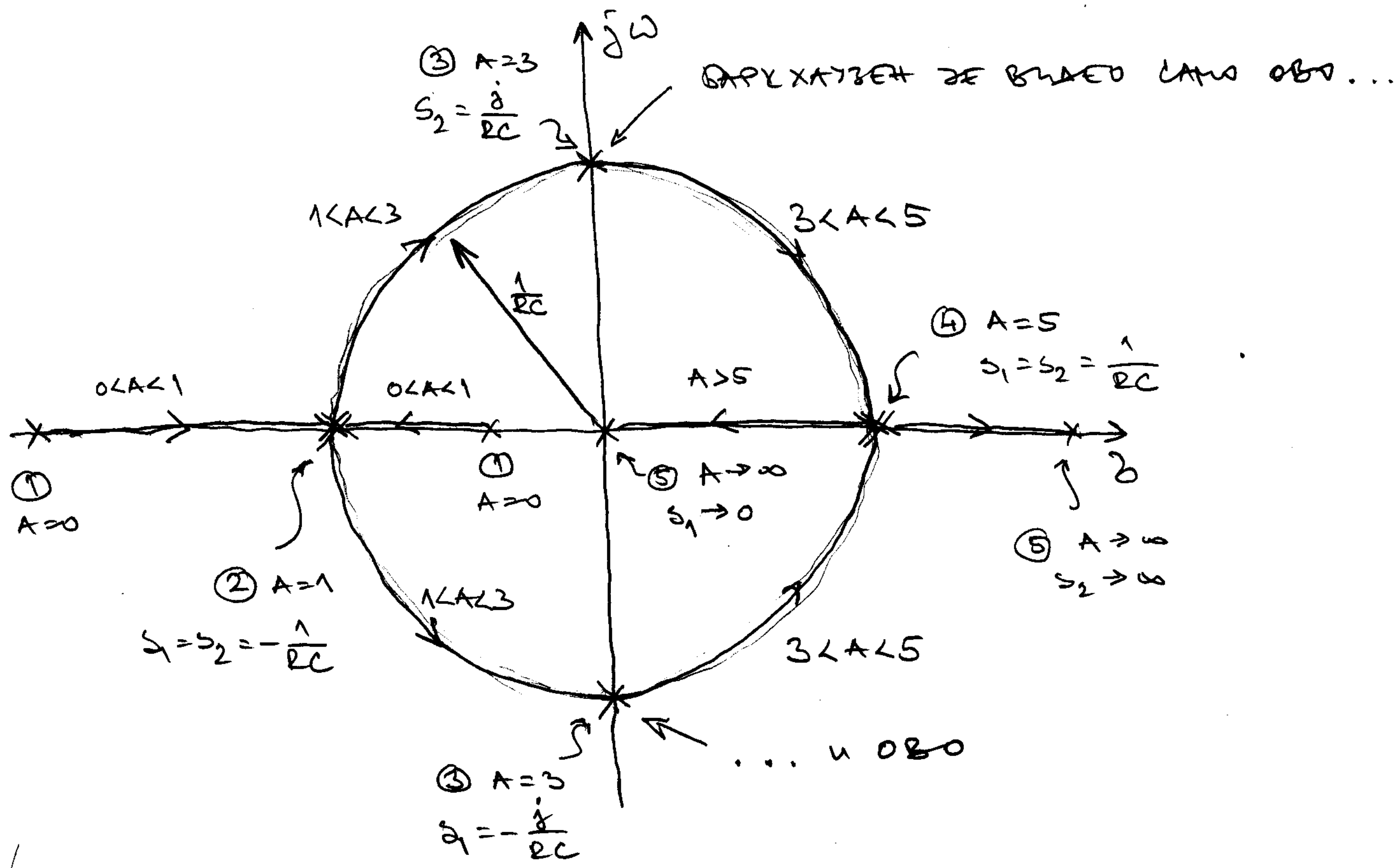
$$A^2 + B^2 = t^2 + 1 - t^2 = 1 = R^2$$

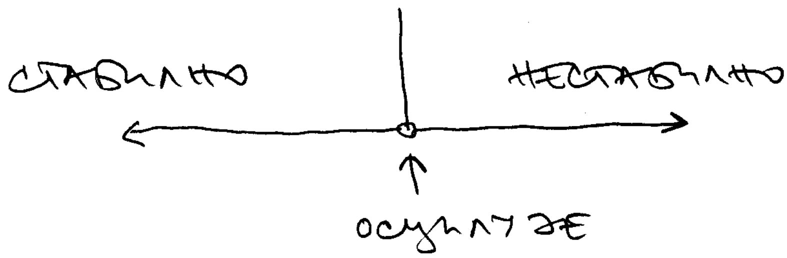
ПОЛОВИ СЕ НАЛАЗЕ НА КРУЖНИЦИ ПОЛУПРЕЧНИКА $R=1$, ДАКЛЕ

$$|s_1| = |s_2| = \frac{1}{RC}$$

— САДА МОЖЕМО СВЕ ДА НАЦРТАМО, МАДА ЈЕ БОЉЕ ЦРТАТИ ONLINE, КАКО СЕ ШТА ИЗРАЧУНА, ТАКО СЕ РАДИ НА ПРЕДАВАЊИМА, ЧЕГА СЕ СВАКАКО СЕЋАТЕ.

— Распоред полова у зависности од А:





— Q: Колико појачање је потребно?

A: Мало веће од 3; одзив је тада налик синусоидом, а осцилације се саме успостављају

— Q: Ако је $A > 3$, шта ће ограничити амплитуду осцилација?

A: По разматраном моделу → ништа; у реалности → → нелинеарни ефекти; досадашња анализа не обухвата нелинеарности, нити то може.